

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.302

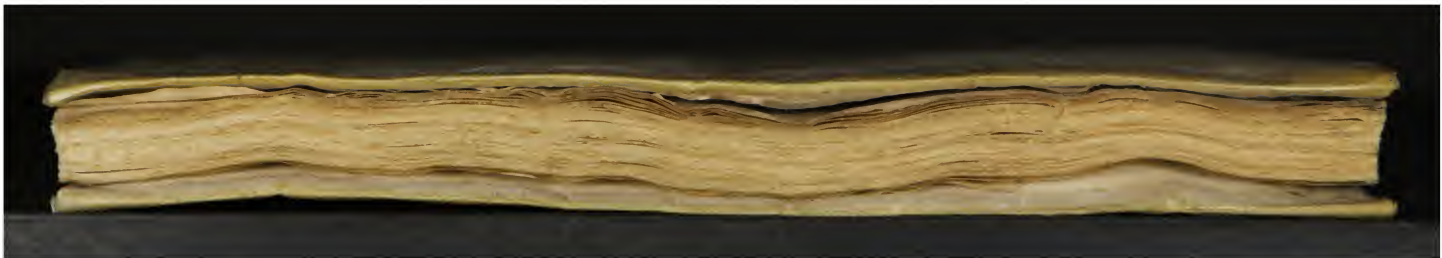




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.302



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.302

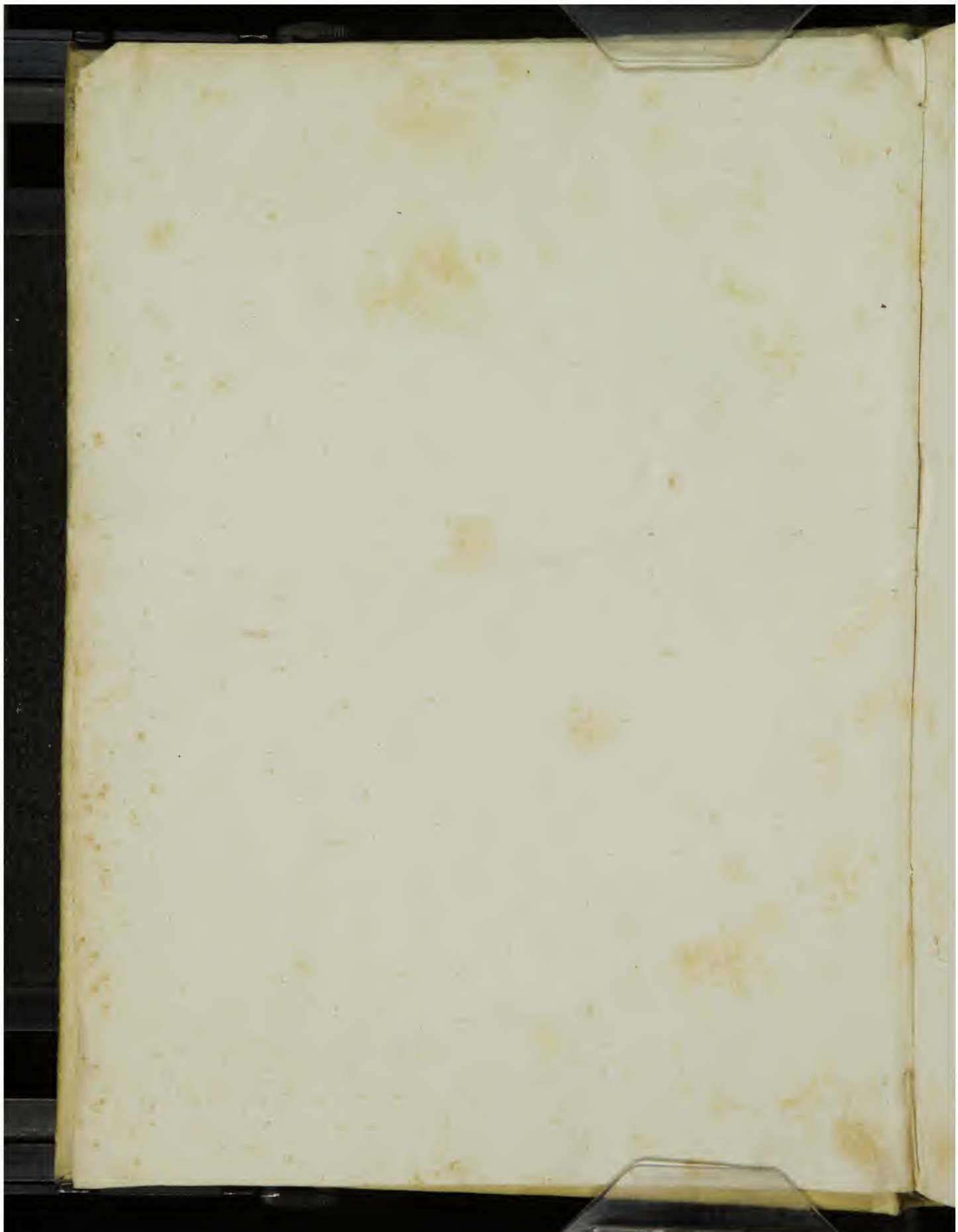


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.302

1. 6. 302

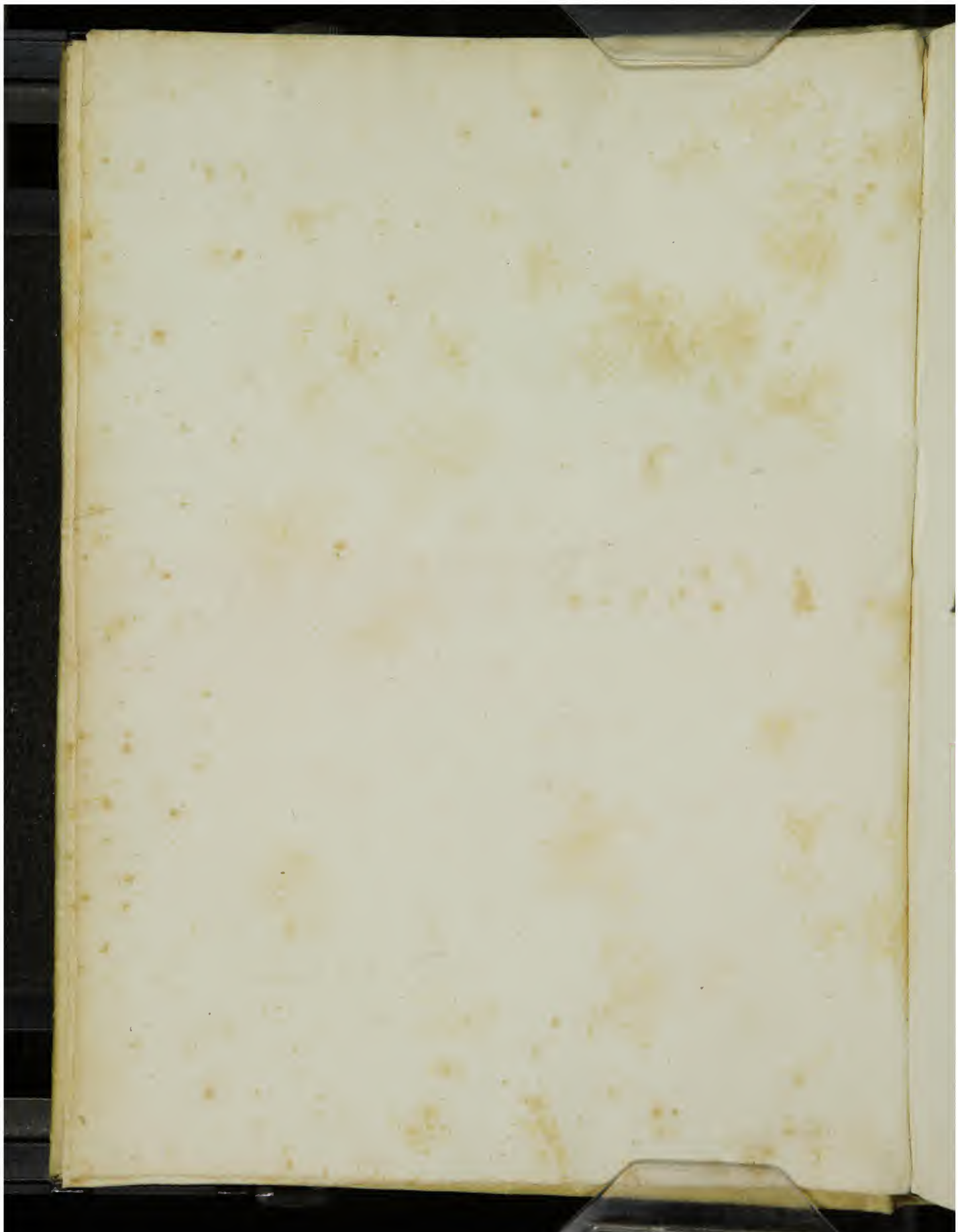
1. 6

XI
> GOTTIG^N





ALPHABETICA
L'ALPHABETICA
L'ALPHABETICA
L'ALPHABETICA



ARITHMETICA
INTRODVCTIO
A D
LOGISTICAM
Vniuersæ Mathesi seruientem.

ARITHMETICA
IN TROVATO
E
LOGISTICA
di Niccolò Machiavelli

ÆGIDII FRANCISCI
DE GOTTIGNIES

Bruxellensis è Societate IESV
In Collegio Romano

MATHESEOS PROFESSORIS
ARITHMETICA INTRODVCTIO
A D

LOGISTICAM

Vniuersæ Mathesi seruientem

C O N T I N E N S

Vulgo vsitatam Arithmetican præcticam; atque ex hac,
deriuationem Logisticæ præcticæ, pertinentis
ad Arithmeticam.



ROMAE, Typis Nicolai Angeli Tinassij. 1676.

SUPERIORVM PERMISSV.

A GIDIFRANCESCO

DE GIDIFRANCESCO

LOGISTICAM

DE GIDIFRANCESCO

DE GIDIFRANCESCO

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

DE

ARGUMENTVM

Arithmeticae Introductionis ad Logisticam.



Arithmetica dicitur, ea pars Matheseos, quæ pro obiecto habet quantitatem discretam; hæc Arithmetica diuiditur in speculatiuam, & practicam; de Arithmetica practica hic agimus: quam duplicem consideramus; alteram appellamus Arithmetica nostræ Logisticæ, quia traditur in opusculo quod inscribitur Logistica; alteram dicimus vulgarem: non quia humile aut vulgare aliquid continet, sed quia vulgo, siue passim, vsu recepta est. Vtrique isti Arithmeticae practicae, commune est, assumere scriptiones, breuiter atque compendiatè representantes numeros, vt circa illos commodè institui possint operationes Arithmeticae; hoc est Additio, Subtractio, Multiplicatio, aut Diuisio. In vario vsu istarum operationum, consistit prædicta vtraque Arithmetica practica: atque inter illas propemodum nulla differentia inuenitur, quæ non dependeat à compendiatæ scriptionibus: vtraque enim tantum censetur operationes suas instituere circa numeros quos representat compendiatæ scriptione; & ab hac compendiatæ scriptione inter se distinguimus numeros vulgares, & Logisticos. Etenim, supponendo quod per unitatem simplicem, siue quod idem est, per unitatem positivam simplicem, intelligendum sit illud, quod ex vi hypothesis significatur per vocem, vnum, simpliciter siue solitarie positam: numeros vulgares appellamus, qui representantur per decem illas

las notas *Arithmeticas*, quarum significationem exponimus in primo capite huius opusculi; quæ notæ, siue solitariæ, siue simul positæ, ratione sui, aut loci, aut ordinis quo scribuntur, non representant nisi unitates positivas simplices, siue integras, siue fractas atque subdivisas. Quare vulgaris *Arithmetica* dici potest, quæ versatur circa solos numeros indicantes positivas simplices unitates, siue integras, siue fractas. Præter has unitates positivas simplices, nonnullas alias compendiatæ scriptione representat, atque à prioribus, & inter se distinguit, *Logistica* nostræ; tales sunt, unitates denominatæ, quæ indicantur à numeris quos appellamus numeros denominatos. Deinde unitates radicales, quæ indicantur à numeris qui radicales dicuntur. Denique unitates negativæ, quæ à nostris numeris negativis indicantur. De his consuli potest primus liber nostræ *Logisticæ*, vel etiam posterior pars huius opusculi. Quare practica *Logistica* nostræ *Arithmetica*, dici posset, quæ versatur circa quoslibet numeros *Logisticos*.

In nostra *Logistica*, aliunde cognita supponitur *Arithmetica* vulgaris, vel potius illa pars *Arithmetica* vulgaris, in qua traditur modus compendiatæ scribendi quemlibet numerum vulgarem, atque enuntiandi numerum vulgarem compendiatæ scriptione representatum; ac præterea, modus instituendi Additionem, subtractionem, multiplicationem, & divisionem, circa propositos numeros vulgares. His aliunde suppositis, incipimus nostram *Logisticam*, à modo legendi compendiatas scriptiones *Logisticas*. In presenti opusculo, prius exponitur illa pars *Arithmetica* vulgaris, quæ in nostra *Logistica* aliunde cognita supponitur: deinde declaratur, quomodo ex vulgari *Arithmetica*, propemodum

dum singula deriuentur, quæ à nobis proposita sunt in primo Logisticae libro. Quoniam vero enumerata duo capita proponere, nihil aliud mihi videtur, quam viam sternere, quæ à primis Arithmeticae principijs ducit ad Logisticam nostram, atque ad illam aditum aperire: præsens opusculum inscribitur ARITHMETICA INTRODVCTIO AD LOGISTICAM. Quid à me per Logisticam significetur: finis maxime arduus ac sublimis in Logistica mihi propositus: facilis Logistica vsus, atque non vulgares eius utilitates: tum pro Arithmetica, tum pro Geometria, & Mathesi vniuersa: melius intelligi poterunt ex altero opusculo quod inscribitur, IDEA LOGISTICAE, SPECVLATIVE ET PRACTICE DECLARATA.

Ad scribendum utrumque illud opusculum, impulit me duplex experientia; nimirum, à me scriptam Logisticam, & facile intelligi, & maxime prodesse auditoribus meis: eandem tamen, alijs pluribus, videri difficilem, atque parum prodesse. Me in prima experientia non aberrare, testes sunt, qui à me instituuntur in Mathematicis scientijs. De altera experientia, eandem certitudinem non habeo: illam tamen cogor admittere, nisi velim fateri me nescire quid scripserim. Etenim virorum in Mathematicis versatorum, non pauca testimonia ad me delata sunt: asserentia, à me conscriptam Logisticam speciosæ Algebrae compendium esse: quod aliqui testantur satis bene propositum: alij affirmant aliqua ex parte defectuosum. Iam vero, vel Logistica nostra Algebra est, vel non est Algebra; si primum, fateri cogor, & candide fateor, me, vel nescire quid Algebra sit, vel ignorare quid scripserim. Si secundum, concedendum erit, viros in Mathemati-

cis

cis versatos, perlecta nostra Logistica, nesciuisse quid legerint; hactenus cogor hanc postremam partem admittere; qua supposita, si tam perniciose temporis iactura causa sit, quod clausis ut ita dicam oculis scripta nostra percurrant, culpa mea non est; si vero causetur ab aliquibus tenebris quæ in nostra Logistica inueniuntur, non immerito à me requiri poterat maius lumen; utinam illud quod afferro, vel in hoc opusculo, vel in nostræ Logisticae idea, profut discantibus nostram Logisticam, & tamen molestum non sit illorum oculis, qui tenebris, vel tenuiori lumini dudum affueti, atque contenti viuunt.

EGO Dominicus Brunaccius Societatis Iesu, in Prouincia Romana Præpositus Prouincialis, potestate ad id mihi facta à Patre nostro Generali Io. Paulo Oliua, facultatem facio, ut liber cui titulus *Arithmetica Introductio ad Logisticam Vniuersæ Mathesi seruientem*, à P. Aegidio Francisco de Gottignies nostræ Societatis Sacerdote conscriptus, & eiusdem Societatis doctorum virorum iudicio approbatus, typis mandetur, si ijs, ad quos spectat, ita videbitur. In quorum fidem has litteras manu mea subscriptas, & sigillo muneris mei signatas dedi. Romæ 7. Augusti 1676. *Dominicus Brunaccius.*

Imprimatur,
Si videbitur Reuerendiss. P. Mag. Sac. Pal. Apost.

I. de Ang. Archiep. Urb. Vicefg.

Imprimatur,
Fr. Raymundus Capisuccus Ordinis Prædicatorum Sac. Pal. Apost. Mag.

ARITH-

ARITHMETICAE V V L G A R I S.

CAPVT PRIMVM.

De characteribus siue notis Vulgaris Arithmeticae, atque illorum valore, & modo legendi numeros integros vulgares, talibus characteribus expressos.



T compendiata, & commoda scriptione exhiberi possint numeri, circa quos operationes suas instituere docet Arithmetica, quam vulgarem appellamus: deseruiunt decem characteres, qui aliter notæ, aut digiti, aut figuræ appellantur; sunt autem sequentes decem

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Nota, 1. exprimitur per vocem vnum. Nota, 2. exprimitur per vocem duo. Nota, 3. exprimitur per vocem tria. Nota, 4. exprimitur per vocem quatuor. Nota, 5. exprimitur per vocem quinque. Nota, 6. exprimitur per vocem sex. Nota 7. exprimitur per vocem septem. Nota 8. exprimitur per vocem octo. Nota, 9. exprimitur per vocem nouem. Nota, 0. cifra dicitur, exprimitur per vocem nullus, aut nihil. Singulæ istæ notæ, duplicem valorem habere possunt: ex his duobus valoribus, vnus est valor proprius, quem nota habet ratione sui; alter est valor localis, quem nota habet ratione loci, qui illi conuenit quando immediatè versus leuam præcedit alias notas, subsequentes versus dexteram.

Ratione sui, 1. significat vnâ simplicem vnitatem, siue vnum; 2. significat duas vnitates simplices, siue vnum binarium vnitatum simplicium; 3. significat tres vnitates simplices, siue vnum ternarium vnitatum simplicium; 4. significat quatuor vnitates simplices, siue vnum quaternarium vnitatum simplicium; 5. significat quinque.

A

que unitates simplices, siue vnum quinarium unitatum simplicium; 6. significat sex unitates simplices siue vnum senarium unitatum simplicium; 7. significat septem unitates simplices, siue vnum septenarium unitatum simplicium; 8. significat octo unitates simplices, siue vnum octonarium unitatum simplicium; 9. significat nouem unitates simplices, siue nonenarium unitatum simplicium; 0. significat nullam unitatem simplicem, siue nihil.

Ratione loci, cuiuslibet notæ vel characteris valor proprius, toties in decuplum excrefcit, quot versus dexteram subsequuntur characteres: exempli gratia, characteris, 8. valor proprius est octo, & ratione sui significat octo unitates simplices: verum si hunc characterem 8. immediatè versus dexteram subsequatur vnus alius character, significabit octuaginta unitates simplices, siue octo decades unitatum simplicium; hinc scriptio 80. legitur octuaginta; item scriptio 70. legitur septuaginta; item scriptio 10. legitur decem; & ita de ceteris. Vbiq; subaudiuntur unitatum simplicium indiuidua, siue unitates simplices. Si characterem 8. versus dexteram subsequantur duo characteres, sed non plures: valor eius proprius bis in decuplum excrefcit, & significabit octingenta, siue octo centena; hinc 800. legitur octingenta. 700. legitur septingenta; 200. legitur ducenta; & ita de ceteris ubiq; iterum subaudiuntur indiuidua unitatum simplicium, siue unitates simplices; adeo vt vox octingenta, idem significet ac si diceretur octingenta indiuidua unitatum simplicium, siue octingentę unitates simplices. Ex his patet quod scriptio 864. legatur octingenta sexaginta quatuor; etenim character 8. ratione sui, & loci, significat octingenta; item character 6. ratione sui, & loci, significat sexaginta; denique character 4. ratione sui, & loci, significat quatuor, cum proprius eius valor ratione loci non crescat: adeoque tota scriptio 864. significat octingenta sexaginta quatuor.

Vt quælibet scriptio vulgaris Arithmetica notis expressa legi possit, sufficit intelligere prædictos valores, proprios, atque locales notarum quibus vtitur vulgaris Arithmetica: dummodo in promptu sint voces, quibus tales valores possint enuntiari. Verum quia eiusmodi valores qui centum aut mille superant, parum vfitati sunt apud eos, qui Arithmetica non didicerunt; etiam in promptu non habent voces, quibus tales valores enuntiantur. Vt hic vocum defectus suppleatur, & quilibet facillè possit legere numeros vulgaris Arithmetica notis compendiosè scriptos, vtilis esse possunt sequentes praxes.

Pra-

Praxis prima, siue modus legendi numerum vulgarem integrum, qui sex, aut paucioribus notis Arithmeticis exprimitur .

EX ijs, quæ paulo ante diximus, de significatione, ac valore characterum, aut notarum vulgaris Arithmeticæ, abundè patet, quomodo legantur numeri tribus tantum, vel paucioribus notis expressi; immo huiusmodi numeros legere vix vlli ignorant, qui aut legere, aut scribere didicerunt, cum quibus tantum agimus; itaque vel ex paulo ante traditis, vel aliundè, supposita notitia requisita, vt tribus, vel paucioribus notis expressi numeri legantur, hic tantum traditur, quomodo legantur numeri, qui exprimentur, quatuor, quinque, aut sex, characteribus, aut notis Arithmeticis.

Incipiendo à fine numeri propositi, post tertiam notam ponatur virgula: deinde notæ virgulam præcedentes legantur, ac si nullæ aliæ sequerentur, atque his vocibus addatur vox mille, vel vox millia, pro vt sensus exigit: denique legantur etiam reliquæ tres notæ, ac si ipsas nullæ aliæ præcederent, sic enim totum propositum numerum rectè leges. Ex. Gr. numerus A. rectè legitur, dicendo, quatuor millia trecenta viginti sex, vbi apparet quomodo pro virgula legatur vox millia. Similiter numerus B. rectè legitur, dicendo, triginta quatuor millia trecenta viginti sex. Pari modo numerus C. rectè legitur, dicendo, centum triginta quatuor millia trecenta viginti sex.

Praxis secunda, Siue modus legendi numeros vulgares integros pluribus quam sex notis Arithmeticis expressos .

PRimo incipiendo à fine numeri propositi, totus numerus propositus diuidatur in membra, quæ singula sex notas contineant, atque puncto interposito ab inuicem distinguantur: membrum tamen quod versus sinistram primum est, non quidem plures, sed tamen pauciores quam sex notas continere poterit; deinde singulis punctis membra ab inuicem separantibus, subscriban-

4 2

tur

tur numeri, indicantes, quot membra sequantur versus dexteram posita; Sic enim habebitur numerus diuisus in membra, quæ singula non plures quam sex notas Arithmeticas continebunt, adeoque per primam praxim legi poterunt. Vt iuxta primam praxim successiue legendo singula membra, legitime enuntietur totus numerus: duo diuersi modi viles esse possunt.

Primus, atque paulo longior modus est, si incipiendo à sinistra parte, singula membra successiue legantur, hoc tantum obseruando, vt vocibus quibus membrum enuntiat, toties addatur vox millio (in casu quem sensus exigit) quot vnitates indicat numerus subscriptus puncto membrum terminanti; sic enim legitime enuntiabis totum numerum.

Secundus modus paulo compendiosior, assumit subsequentes voces, millio, bilio, trilio, quatrilio, quintilio, sextilio, septilio: aut plures his similes, si pluribus opus sit; harum vocum prima, siue millio, significat millies mille, vox bilio, idem significat, ac vox millio bis successiue posita: adeo vt idem sit, vnus bilio, vel vnus millio millionum. Vox trilio, idem significat ac vox millio ter successiue posita: adeo vt idem sit, vnus trilio, & vnus millio millionum millionum. Vox quatrilio, idem significat ac vox millio quater successiue posita: adeo vt idem sit, vnus quatrilio, vel vnus millio millionum millionum millionum. Hinc satis manifestum est, quid significant reliquæ voces hic assumptæ: & etiam quomodo his similes aliæ efformari possint: ac denique, quæ ex his vocibus correspondeat cuilibet numero subscripto alicui puncto membrum terminanti; quibus cognitis, vt secundo atque paulo compendiosiori modo legatur propositus numerus: incipiendo à sinistra parte, singula membra successiue legenda erunt, hoc tantum obseruando, vt vocibus quibus membrum enuntiat, addatur vox correspondens numero, qui subscriptus est puncto membrum terminanti. Sic enim legitime enuntiabitur totus numerus.

Pro exemplo propositus sit numerus A: qui paruus non est, immo plures vnitates significat, quam sint notæ Arithmeticae, ad quas scribendas sufficerent omnes totius orbis terrarum aquæ, in atramentum conuersæ.

A. 7 0 3 2 6 5 8 4 9 1 0 0 0 3 7 5 3 7 4 2 9 3 5 7 0 1 3 0 4 2 3.

Numerus A in membra diuisus, representatur à subsequenti inscriptione: ex qua satis apparet, quomodo propositi maiores numeri in membra diuidendi sint, vt commode legantur, iuxta praxim de qua hic agimus.

7.036258.491000.375374.293570.130423.
V. IV. III. II. I.

Hunc numerum iuxta primum modum ita leges . Septem mil-
liones millionum millionum millionum : triginta duo mil-
lia sexcenti quinquaginta octo miliones millionum millionum mil-
lionum : quadringenta nonaginta vnum millia millionum mil-
lionum : trecenta septuaginta quinque millia tre-
centi septuaginta quatuor miliones millionum : ducenta nona-
ginta tria millia quingenti septuaginta miliones : centum triginta
millia quadringenta viginti tria .

Eumdem numerum iuxta secundum modum , ita leges , septem
quintiliones : triginta duo millia , sexcenti quinquaginta octo qua-
triliones : quadringenta nonaginta vnum millia trilionum : tre-
centa septuaginta quinque millia trecenti septuaginta quatuor bi-
liones : ducenta nonaginta tria millia quingenti septuaginta mil-
liones : centum triginta millia quadringenta viginti tria .

Non video quæ in enuntiandis vulgaribus atque integris nume-
ris superesse possit difficultas ad Arithmeticum spectans , cuius offi-
cium non est exponere leges pertinentes ad Grammaticorum gene-
ra , numeros , aut casus . Si alicui videar , non satis exacte ob-
seruasse , has Grammaticorum leges , in enuntiandis propositis nu-
meris : sciat me id fecisse luadente commoditate .

Aliqua notanda pro numeris vulgaribus , aut ope-
rationibus Arithmeticis .

EXposita praxi enuntiandi quoslibet integros numeros vulgares
compendiose expressos notis Arithmeticis , quæque ad eiusmodi
notarum intelligentiam magis necessaria videbantur , propono
hic aliqua magis necessaria pro tradendis de operationibus Arith-
meticis institutis circa numeros vulgares integros .

I. Quid sit vulgaris Arithmetica dicitur in opusculi huius argu-
mento , numeri quos compendiatâ scriptione exhibet , dicuntur nu-
meri vulgares , qui diuiduntur in integros & fractos ; numeri vulga-
res integri dicuntur , qui indicant vnam vel plures vnitates simpli-
ces : fracti numeri vulgares dicuntur , qui indicant aliquas vnitates
quæ sint partes vnitatis simplicis .

II. Vnitas simplex dicitur illa quæ significatur per vocem vnum
simpliciter positam , sed ex aliqua præcedente hypothesi determi-
natam

nata ad significandam alacrius speciei unitatem, siue indiuiduum: unitas enim & indiuiduum hic idem significant. Exempli gratia posita hypothese, quod per vocem vnum simpliciter positam placeat intelligere vnum hominem, unitas simplex erit vnus homo. Similiter posita hypothese, quod per vocem vnum simpliciter positam placeat intelligere binarium hominum, unitas simplex erit binarius hominum. Pari modo posita hypothese, quod per vocem vnum simpliciter positam placeat intelligere vnum binarium abstractum, unitas simplex erit vnus binarius abstractus; atque ita de ceteris: quoties enim voces vnum, duo, tria, simpliciter positae adhibentur, ex circumstantiis in quibus adhibentur, hoc est ex hypothese in qua adhibentur, percipitur quid subaudiri debeat, siue qualia indiuidua, vel quales unitates significant: atque hoc modo significatae unitates dicuntur vulgares simplices: vulgares quidem, quia per vulgares numeros indicantur: simplices vero quia indicantur per vocem vnum, aut unitatem simpliciter prolatam, aut nota Arithmetica expressam.

III. Quando dicitur numerus A, intelligi debet numerus, quem ex vi hypothese significat, siue repraesentat littera A; idem est de alijs alphabeti litteris. Exempli gratia posita hypothese, quod littera A repraesentet numerum 24, numerus A, & numerus 24, idem significant. Similiter si agendo de numero exhibeatur numerus 20, aut alius aliquis, cum adscripta littera A, quod dicitur de numero A, intelligi debet de numero cui littera A adscripta repraesentatur. Pari modo si littera A assumatur ad significandum quemlibet numerum indeterminate sumptum, quod dicitur de numero A, intelligi debet de quouis numero indeterminate sumpto.

IV. Operationes vulgaris Arithmeticae vniuersim sunt quatuor, nimirum Additio, Subtractio, Multiplicatio & Diuisio: quae singulae sunt operationes Arithmeticae: atque omnes & solae istae operationes dicuntur operationes Arithmeticae.

V. Numeri dati pro aliqua operatione Arithmetica, appellantur illi numeri, qui proponuntur pro facienda ea operatione. Ex: gr: si pro facienda additione proponantur numeri A & B; dati pro additione numeri erunt A & B: hi numeri dati, aliter vocantur genitores operationis Arithmeticae, pro qua dantur, siue proponuntur.

VI. Numerus A plus numero B, idem significat, ac si diceretur numerus A simul cum numero B. Exempli gratia quia 6 simul cum 2 dat 8, etiam 6 plus 2 dat 8. Numerus A minus numero B, hic idem significat, ac si diceretur numerus A sublato numero B, siue illud quod remanet quando ex numero A aufertur numerus B. Exempli

Caput I. Siue numeratio :

7

empli gratia quia ex numero 6 auferendo numerum 2, remanet numerus 4: etiam 6 minus 2 dat 4.

VII. Ex duobus genitoribus, siue numeris datis alicuius operationis Arithmeticae, vnus vocatur superior, alter inferior. Datus numerus, siue genitor superior, dicitur ille cui alter debet addi. vel ex quo alter debet subtrahi, vel qui per alterum debet multiplicari aut diuidi. Inferior genitor, siue numerus datus, dicitur ille, qui debet addi, vel subtrahi, vel per quem alter debet multiplicari, aut diuidi. Exempli gratia, si genitores, siue dati numeri sint, A & B superior erit A & inferior erit B, supposito quod numero A debeat addi numerus B: vel quod ex numero A debeat subtrahi numerus B: vel quod numerus A debeat multiplicari, aut diuidi per numerum B.

VIII. Productum siue genitum ex aliqua operatione Arithmetica, dicitur numerus qui oritur ex tali operatione. Huiusmodi productum distingo in totale & partiale; intelligendo per productum totale, totum numerum qui oritur ex tali operatione; similiter per productum partiale intelligendo, partem, siue vnā notā Arithmetica producti totalis: quoties tamen sermo est de producto, vel genito ex aliqua operatione, & oppositum expresse non dicitur, agitur de producto totali. Aliter etiam Arithmeticae operationis productum distingo, nimirum in productum simplicis operationis, & productum compositae operationis: primum est quod oritur ex simplici operatione, secundum est quod oritur ex composita operatione.

IX. Operationes Arithmeticas distingo in simplices & compositas. Additio, & etiam subtractio erit simplex, si vnus ex duobus genitoribus, siue numeris datis pro additione, vel subtractione, exprimat vnicā notā Arithmetica; si vero vterque genitor exprimat pluribus notis Arithmeticis, Additio, vel Subtractio, erit composita. Multiplicatio erit simplex, si vterque genitor, siue vterque numerus datus pro multiplicatione, exprimat vnicā notā Arithmetica; reliquae multiplicationes dicuntur compositae. Denique Diuisio erit simplex, si ex illa producat vnicā notā Arithmetica; reliquas diuisiones appello compositas; his tamen simplicium, compositarumque operationum distinctionibus non vtor nisi in operationibus institutis circa integros numeros vulgares, in quibus exponendis, à simplicibus, atque facilioribus operationibus, gradum facio ad compositas operationes.

C A.

CAPVT II.

De Additione numerorum integrorum
vulgarium.

Additio docet plures numeros in vnam summam colligere, atque hanc summam exhibere; siue inuenire vnum numerum qui propositis duobus, aut pluribus numeris simul sumptis, æqualis sit.

Additio de qua hic agitur potest esse simplex vel composita: quomodo additio simplex absoluitur, ex ipsa additionis definitione adeo manifestum est, vt nulla declaratione indigeat: quis enim tam ignarus, vt nesciat, quod 2 plus 3 dent 5; item quod 7 plus 6 dent 13; item quod 15 plus 4 dent 19; vel quod numeri 2 & 3 simul sumpti æquantur numero 5; item quod numeri 7 & 6 simul sumpti æquantur numero 13? iam verò pauciores quàm decem vnitates eadem facilitate adduntur, minoribus, atque maioribus numeris: atque ea additio vocatur simplex, in qua alicui proposito numero pauciores quàm decem vnitates addendæ proponuntur; igitur prætermittam vltiori expositione additionis simplicis, quæ ex ipso additionis conceptu manifesta est, neque vllam difficultatem annexam habet: venio ad additionem compositam, quæ expositione indiget, & declaro quomodo per iteratas additiones simplices absoluitur composita additio, quando pro additione dati numeri sunt vulgares, atque integri; & primo quidem trado praxim, qua huiusmodi compositæ additiones absoluntur, quando dati numeri sunt eiusdem speciei: deinde ex tradita praxi deduco additionem vulgariam atque integrorum numerorum, qui inter se specie differunt; vtrum duo numeri sint eiusdem, vel diuersæ speciei declaratur capite 6. quod caput consuli poterit ab eo, qui desiderat magis exactam expositionem numerorum eiusdem, vel diuersæ speciei.

Praxis prima, siue additio numerorum integrorum vulgarium, qui non differunt specie.

Primò, mediante additione simplici, de qua paulo ante egimus, addèdo successiue omnes notas Arithmeticas vltimo loco scriptas.

ptas in numeris datis pro additione , inuenies productum parziale , cuius producti postrema nota ultimo loco scribenda est in producto totali quod quaritur , & à reliquis notis producti partialis indicatæ vnitates (si aliquæ notæ reliquæ sint ab vltima diuersæ) seruari debent pro penultimo loco . Secundò, iterum mediante simplici additione, seruatis pro penultimo loco vnitatibus addendo successiue omnes notas in datis numeris scriptas penultimo loco , habebitur nouum productum parziale , cuius postrema nota penultimo loco scribenda est in producto totali , atque à reliquis partialis producti notis indicatæ vnitates , seruandæ erunt pro antepenultimo loco . Simili plane modo successiue operando , circa datorum numerorum notas scriptas in locis æqualiter ab vltimo loco distantibus, inuenies productum totale quod desideratur .

Pro exemplo, propositi sint vulgares integri numeri A,B,C quos oporteat addere, atque inuenire productum ex tali additione. Còmodum est ita datos numeros scribere , vt hic factum vides : nimirum

9 7 7 2 5 1. A
2 3 0 9 6 3. B
8 0 8 4 2. C

vt omnes notæ ultimo loco scriptæ deorsum sibi respondeant : atque similiter deorsum sibi respondeant datorum numerorum notæ reliquæ, æqualiter distantes ab vltimis notis. Verum siue modo iam exposito , siue aliter scripti sint numeri dati , vt inueniatur productum additionis in hunc modum practice discurretur . 2 plus 3 dat 5, & 5 plus 1 dat 6, itaque in producto ultimo loco scribo 6, & nihil seruo pro penultimo loco . Rursus quia nihil seruatum fuit pro penultimo loco, 4 plus 6 dant 10, & 10 plus 5 dant 15 : itaque penultimo loco scribo 5, & seruo 1. Rursus quia 1 seruauit, 1 plus 8 dat 9, & 9 plus 9 dat 18, item 18 plus 2 dant 20 : itaque tertio loco à fine scribo 0 & seruo 2. Rursus quia 2 seruauit, 2 plus 7 dant 9, quarto loco à fine scribo 9 & seruo 0. Rursus quia 0 seruauit, 0 plus 8 dant 8, & 8 plus 3 dant 11, item 11 plus 7 dat 18, quinto loco à fine scribo 8, & seruo 1. Rursus quia 1 seruauit, & 1 plus 2 dant 3, item 3 plus 9 dant 12, sexto loco à fine scribo 2, & seruo 1 pro septimo loco à fine , atque septimo loco à fine scribo 1 quia in datis numeris septimo loco à fine nihil inuenitur scriptum , adeoque nec addendum vnitati seruata pro septimo loco à fine : totusquè numerus D, per iteratas simplices additiones collectus , erit productum additionis propositæ .

Hæc sufficere existimo pro additione in qua duo , vel plures numeri vulgares integri , atque eiusdem speciei , addendi proponuntur : vt ex hac ipsa additione melius appareat praxis vsitata pro ad-

B

ditio-

ditione, in qua (vt loquuntur practica Arithmetica scriptores) diuersae species addendae proponuntur : utile erit reflectere , additionem hic expositam , amplecti , siue inuoluere duo inter se diuersa nimirum iteratam additionem simplicem , & praeterea reductionem vnus speciei unitatum ad unitates alterius speciei . Pro praxi proposita requiri iteratam simplicem additionem satis manifestum est . Ut intelligatur pro eadem additionis praxi requiri reductionem unitatum vnus speciei ad unitates alterius speciei , aduertendum , unitates simplices, specie differre ab unitatibus, quae singulae sunt decades unitatum simplicium : & iterum vtramque hanc unitatum speciem diuersam , etiam specie differre ab unitatibus , quae singulae sunt centenarij , aut millenarij unitatum simplicium ; hinc quando Exempli gratia pro decem unitatibus simplicibus collectis ex notis ultimo loco scriptis seruat unitas , atque illa unitas additur unitatibus collectis ex unitatibus scriptis penultimo loco , decem unitates simplices reducuntur ad unitatem alterius speciei , nimirum ad vnā decadem unitatum simplicium , quae plane aequiualeat decem unitatibus simplicibus , atque adeo vna decas unitatum simplicium non male substitui potest , pro decem unitatibus : ex quo non tantum constat , propositam additionis praxim inuoluere reductionem unitatum vnus speciei ad unitates alterius speciei ; verum etiam quare talis unitatum reductio legitime adhibeatur , & in quo fundetur ea pars expositae praxeos ; quae iubet notam aliquam seruari . Iam vero pro illis praxibus in quibus vulgaris Arithmetica scriptores docent addere numeros diuersae speciei , sufficiunt duo illae , quae hic ostendimus inueniri , aut considerari posse in proposita praxi , quae agit de additione numerorum eiusdem speciei ; etenim in additionibus in quibus concurrunt numeri diuersae speciei nusquam docent , Exempli gratia , in vnā summam colligere tres libros , & quatuor calamos , qui duo numeri simul , neque constituent septem calamos , neque septem libros , immo addi , siue in vnum numerum colligi non possunt , eo ipso quod reduci non possint ad unitates eiusdem speciei : sed tantum docent inuenire numerum magis compendiatum , atque aequiualem pluribus numeris datis pro additione , vt apparebit ex subsequente praxi .

Pra-

Praxis secunda, Siue additio numerorum integrorum
vulgarium, quando aliqui ex datis numeris, in-
dicant diuersæ speciei vnitates.

Pro hac praxi nihil requiritur, præter additionem numerorum
eiusdem speciei, & reductionem vnitatum vnus speciei, ad vni-
tates alterius speciei, de quibus satis multa notauimus in præceden-
te praxi: reliquum igitur est, vt propositam praxim declaremus in
exemplis. In quem finem numerus indicans 8 li-
bras cum 10 vncijs addendus sit numero indican-
ti 14 libras, cum 9 vncijs; huius additionis pro-
ductum haberi potest duplici modo. Primo. Me-
diante prima praxi vncias 10 addendo vncijs 9
habebis vncias 19 collectas ex datis numeris; &
similiter per eandem praxim, 8 libras addendo
14 libris, habebis 22 libras collectas ex datis numeris: adeoque ex
dati numeris, vniuersim habebis collectas 22 libras cum 19 vncijs:
arque hic numerus libras & vncias indicans, erit productum ex pro-
positis numeris, atq; illis simul sumptis æquale, sed breuius exhibens,
quod dati numeri minus compendiate indicant. Vbi obseruari po-
test, quomodo ad inueniendum additionis productum, nihil adhibi-
tum sit, præter praxim primam, siue additionem numerorum eiusdem
speciei.

Secundo. Mediante prima praxi, vncias 10 addendo 9 vncijs,
habebis 19 vncias: quibus æquiualeat vna libra cum 7 vncijs (nimi-
rum supposito quod 12 vnciæ vnā libram constituent) itaque,
scribendo 7 vncias, & seruando atque transferendo vnā libram ex
vncijs collectam, ad numeros libras significantes, etiam illi numeri
erunt colligendi in vnā summam, atque ita habebis 23 libras, &
numerus indicans 23 libras cum 7 vncijs, indi-
cabit productum propositæ additionis. Vbi
obseruari potest, inuentionem huius secundi
producti, exhibentis 23 libras cum 7 vncijs,
non differre ab inuentione producti exhibentis
22 libras cum 19 vncijs, nisi quod pro inuen-
tione primi producti, adhibeatur sola additio
tradita in prima praxi, hoc est sola additio nu-
merorum eiusdem speciei; pro inuentione secundi producti, præter
additionem numerorum eiusdem speciei, adhibetur reductio vnita-
tum indicantium vncias, ad vnitates indicantes libras.

B 2

Ex

Ex propositis duobus modis inueniendi productum additionis, quando dati numeri non sunt eiusdem speciei, vterque utilis est: secundus tamen, qui inuoluit reductionem, requirit notitiam pro tali reductione requisitam, exempli gratia, quot vnciae constituent vnam libram: vel vniuersaliter, quot vnitates vnus ex speciebus datis, constituent unitatem alterius speciei: quare si desit hæc notitia, primus modus erit adhibendus.

CAPVT III.

De subtractione numerorum integrorum
vulgarium.

Subtractio docet minorem numerum ex maiori auferre, atque exhibere residuum; siue inuenire numerum qui sit differentia duorum numerorum qui proponuntur; vel inuenire numerum qui minori dato numero addi debet, vt habeatur numerus qui dato maiori numero æqualis sit.

Subtractio de qua hic agitur, potest esse simplex, vel composita: quomodo subtractio simplex absoluitur, manifestum est ex ipsa definitione subtractionis, neque vlla declaratione indiget: sic exempli gratia patet, quod 5 minus 2 det 3: item quod 19 minus 4 det 15; & quia pauciores quam decem vnitates eadem facilitate subtrahuntur ex numeris maioribus, atque minoribus; ea subtractio quæ simplex dicitur, & in qua nunquam plures quam 9 vnitates ex proposito alio maiori numero auferendæ proponuntur, manifesta est ex ipso conceptu subtractionis: neque vlla declaratione indiget; quomodo per iteratas simplices subtractiones absoluitur subtractio composita, in qua ex proposito numero maiori, plures quam 9 unitates subtrahendæ proponuntur, docent sequentes praxes:

Praxis prima, siue subtractio numerorum integrorum
vulgarium, qui non differunt specie.

Primo mediante subtractione simplici, subtrahendo ultimam notam dati numeri inferioris, ex vltima nota dati numeri superioris (denario auctam si opus fuerit) habebitur vltima

ma

Caput III. Siue subtractio. 13

ma nota producti quæsitæ: eritque pro penultimo loco seruanda unitas, si vltima nota dati superioris numeri denario aucta fuerit; vel si hæc nota denario aucta non fuerit, nihil seruatur. Secundo quod seruatum fuit prius additur penultimæ notæ inferioris numeri, ac deinde aufertur ex penultima nota superioris numeri (denario aucta si opus fuerit) seruando unitatem, si denario aucta fuit nota superior. Tertio successive circa singulas notas quæ penultimas præcedunt, fit illud idem quod circa penultimas faciendum præscribitur: atque ita per iteratas simplices subtractiones, paulatim in producto colleguntur notæ omnes; quibus exprimitur propositæ subtractionis productum, siue residuum quod inueniri debet.

Pro exemplo, propositus sit numerus A, ex quo subtrahi debeat minor numerus B, eiusdem tamen speciei cum numero A. vt inueniam productum, siue residuum propositæ subtractionis commodum est ita datos numeros scribere, vt hic exhibentur: nimirum vt vltima nota dati inferioris numeri respondeat vltimæ notæ dati numeri superioris: atque eodem modo reliquæ notæ numeri inferioris, respondeant notis numeri superioris; verum siue hoc modo, siue aliter scripti sint dati numeri, vt inueniatur productum subtractionis, in hunc modum prædicè discurretur.

5 4 7 0 3 5. A
8 2 6 1. B

5 3 8 7 7 4. C

5 minus 1 dat 4. itaque 4 scribo vltimo loco in producto, & nihil seruo (quia numerum 5 denario augere necesse non fuit ad faciendam simplicem subtractionem). Rursus quia nihil seruatum fuit, & 3 minus 6 est aliquid impossibile, sumo 13 minus 6 quod dat 7; itaque 7 scribo penultimo loco in producto, & seruo 1. Rursus quia 1 seruavi, 2 plus 1 faciunt 3, & 0 minus 3 est aliquid impossibile, sumo 10 minus 3, quod dat 7: itaq; in producto scribo 7 tertio loco à fine, & seruo 1. Rursus quia vnum seruavi, 8 plus 1 dat 9, & 7 minus 9 est aliquid impossibile, sumo 17 minus 9, quod dat 8: itaque in producto scribo 8 quarto loco à fine, & seruo 1. Rursus quia 1 seruavi, & nihil inuenio cui addi debeat, 4 minus 1 dat 3: itaque in producto scribo 3 quinto loco à fine, & nihil seruo. Rursus quia nihil seruavi neque in inferiori numero aliam notam inuenio, 5 minus 0 dat 5, in producto scribo 5 sexto loco à fine: eritque operatio absoluta, quia nullæ supersunt notæ, circa quas continuari possit: adeoque notæ hæcenus scriptæ in producto, exhibebunt numerum D quæsitum, atque exhibentem differentiam numerorum A & B, siue residuum quod relinquitur quando numerus B ex numero A aufertur.

Hæc

Hæc sufficere existimo pro subtractione in qua dati numeri sunt vulgares integri, atque eiusdem speciei. Ut ex subtractione exposita, melius innotescat praxis vsitata pro subtractione in qua proponuntur numeri diuersæ speciei, vtile erit aduertere, subtractionem hic expositam, inuoluere duo inter se diuersa (vt præcedenti capite monuimus agendo de additione) nimirum iteratam subtractionem simplicem, & præterea reductionem vnitatum vnius speciei, ad unitates alterius speciei. Primum satis manifestum est; pro secundo aduertendum, quod quoties ex notis æqualiter ab vltima distantibus, inferior ex superiori auferri non potest, tunc superiorem notam decem vnitatibus augeri, atque hunc vnitatum denarium, haberi ex unitate, quæ proximæ præcedenti inferiori notæ addita, auferitur ex respondente nota superioris numeri: atque adeo unitas, quæ decas est, reducta ad decem unitates, decadi æquivalentes, constituunt illas decem unitates, quibus augetur nota superior, ex qua inferior subtrahi non potest: ipsa verò unitas quæ decas est, auferitur ex præcedenti nota; sicut enim in additione, decem unitates qualescunque illæ sint, reducuntur ad unitatem, quæ sit decas prædictarum vnitatum, ita hic unitas quæ est decas aliquarum vnitatum, reducitur ad decem eiusmodi unitates. Ex his satis apparet, non tantum propositam subtractionis praxim inuoluere reductionem unitatis vnius speciei, ad unitates alterius speciei; verum etiam, quare talis reductio legitimè adhibeatur, & in quo fundetur ea pars expositæ praxeos, quæ iubet denario augeri notam, ex qua inferior nota subtrahi non potest; atque pro eiusmodi decem vnitatibus transferri, siue seruari unitatem, quæ cum reliquis vnitatibus indicatis à proximè præcedente nota inferioris numeri, auferatur ex correspondente nota superioris numeri. Pro praxibus, in quibus Arithmetica præticæ scriptores docent subtractionem, quando diuersæ speciei numeri proponuntur, nihil adhibetur, præter subtractionem in prima praxi propositam, & reductionem vnitatum vnius speciei, ad unitates alterius speciei; neque vsquam docent subtractionem pro qua hæc duo non sufficiunt; sic exempli gratia nusquam docent 3 libros ex 4 calamis subtrahere: siue inter tres libros & quatuor calamos differentiam inuenire; etenim inter omnes numeros possibiles, nullus inuenitur, qui sit differentia inter tres libros, & quatuor calamos, subtractio autem non docet nisi inuenire numerum qui propositorum duorum numerorum differentia sit.

Pra-

Praxis secunda, siue subtractio numerorum integrorum
vulgarium, quando aliqui ex datis numeris indi-
cant diuersæ speciei vnitates.

PRo hac praxi nihil requiritur præter subtractionem numero-
rum eiusdem speciei, & reductionem vnitatum vnius speciei,
ad vnitates alterius speciei (de quibus satis multa in præce-
dente praxi) vt patebit ex subsequen-
tibus exemplis. Ex numero 23
librarum cum 7 vncijs, subtrahendus sit numerus 14 librarum cum
9 vncijs. Vt propositam subtractionem absoluam ita præctice dis-

libræ	vnciæ
23	7
14	9
<hr/>	
8	10

curro, 9 vncias ex 7 vncijs auferre non possum, igitur 7 vncijs addendo vncias con-
stuentes vnâ libram, hoc est 12 vncias, habeo 19 vncias: atque
vnciæ 19 minus 9 vncijs dant 10 vncias: igitur
in producto scribo 10 vncias, & seruo vnâ
libram: deinde vna libra seruata plus 4 libris
dant 5 libras; verum 3 libræ minus 5 libris, est
aliquid impossibile; quare sumo 13 libras minus 5 libris, quæ dant
8 libras, quas scribo in producto, & seruo vnum (nimirum vnâ
librarum decadem) Rursus quia vnum seruaui & 1 plus 1 dant 2: &
2 minus 2 dant 0 in producto deberem scribere 0, si prosequenda
esset operatio, sed quia illa absoluta est, ob defectum aliarum nota-
rum, circa quas continuari debeat, non scribo 0, quia primo loco
positum nihil significat; atque adeo productum propositæ subtra-
ctionis erit numerus, qui indicatur à notis scriptis in producto,
nimirum numerus indicans 8 libras cum 10 vncijs.

Pro secundo exemplo, numerus indicans 10 gradus cum 52
minutis primis, & 7 minutis secundis; subtrahendus sit ex numero in-
dicante 20 gradus cum 5 minutis secundis. Vt in proposito casu
productum subtractionis inueniam, sic præctice discuro. 5 minuta

Gradus	min. 1.	min. 2.
20	0	5
10	52	7
<hr/>		
9	7	58

secunda minus 7 minutis secundis est
aliquid impossibile, quare sumo 65
minuta secunda minus 7 minutis secun-
dis, quæ dant 58 minuta secunda; igitur
in producto scribo 58 minuta secunda
& seruo vnum minutum primum, quod
reductum ad 60 minuta secunda adhi-
bitum fuit. Rursus 52 minuta prima
plus

plus vno minuto primo quod seruatum fuit, dant 53 minuta prima: & quia nullum minutum primum minus 53 minutis primis est aliquid impossibile (reducendo vnum gradum ad 60 minuta prima) sumo 60 minuta prima minus 53 minutis primis, quæ dant 7 minuta prima: itaque in productio scribo 7 minuta prima, & seruo vnum gradum. Rursus vnus gradus ternatus plus 10 gradibus, dant 11 gradus, & 20 gradus minus 11 gradibus dant 9 gradus: itaque in productio scribo 9 gradus: eritque absoluta subtractio proposita: cuius productum continebit 9 gradus cum 7 minutis primis, & 53 minutis secundis.

CAPVT IV.

De multiplicatione numerorum integrorum vulgarium.

Voces multiplicare, & ducere, idem significant: adeo vt idem sit, numerus A ductus in numerum B, & numerus A multiplicatus per numerum B: vt monuimus capite primo.

Numerum vulgarem integrum A, ducere in vulgarem integrum numerum B, est inuenire numerum C, qui oritur ex tot numeris A simul sumptis, siue additis: quot vnitates indicantur à numero B. Vbi aduertendum nihil referre pro multiplicatione, an dati numeri A, & B, sint eiusdem, vel diuersæ speciei. Proposita definitio multiplicationis, conuenit integris numeris vulgaribus; vt habeatur definitio quæ etiam fractos numeros amplectatur: dici posset numerum vulgarem A ducere in vulgarem numerum B, esse idem, ac inuenire numerum C, cuius numerator oriatur ex tot numeratoribus numeri A simul additis, quot vnitates indicantur à numeratore numeri B: denominator vero oriatur ex tot denominatoribus numeri A simul additis, quot vnitates indicantur à denominatore numeri B. Quid sit alicuius numeri numerator, aut denominator, declaratur capite 6. Pro multiplicatione de qua hic agimus, sufficit definitio multiplicationis primo loco proposita: pro qua necesse non est intelligere quid sint vulgarium numerorum numeratores, aut denominatores.

Proposita definitione multiplicationis, exhibeo varios modos, siue

Caput IV. Siue multiplicatio . 17

siue praxes , quibus inuenitur numerus productus ex multiplicatione duorum numerorum , qui singuli sint vulgares atque integri ; & primo quidem propono aliquam multiplicationis praxim satis operosam , atque prolixam : sed tamen consideratione dignam , tum quia deducitur ex ipsa multiplicationis allata definitione , & nihil requirit nisi additionem expositam præcedenti capite : tum etiam quia est fundamentum reliquarum praxium in quibus compendiatæ multiplicationes proponuntur .

Praxis prima, siue prolixior multiplicatio integrorum atque vulgarium numerorum , quæ nihil requirit præter notitiam additionis expositæ superiori capite .

Per ea quæ de additione dicta sunt præcedenti capite , inueniatur productum ex tot numeris A simul additis , quot unitates indicantur à numero B : atque hoc productum vocetur numerus C ; erit numerus C productum ex numero A ducto in numerum B .

Exempli gratia , supposito quod numerus A sit 6 & numerus B sit 3 , quia tres numeri 6 simul additi dant 18 , productum ex numero 6 ducto in numerum 3 , erit 18 . Similiter supposito quod numerus A sit 14 , & numerus B sit 4 : quia quatuor numeri 14 simul additi producant 56 , etiam productum ex numero 14 ducto in numerum 4 erit 56 . Pari modo supposito quod numerus A sit 25 , & numerus B sit 12 : quia duodecim numeri 25 simul additi dant 300 , etiam productum ex numero 25 ducto in numerum 12 erit 300 . Denique si numerus A sit 25 , & numerus B sit 1 , quia productum ex vno numero 25 nulli alteri addito est 25 , etiam productum ex numero 25 ducto in 1 erit 25 .

Hæc sufficient pro prima praxi multiplicationis , quæ sola additione absolvitur , & parum vsitata est , ob prolixitatem quam requirit , quoties planè parui non sunt numeri qui proponuntur pro multiplicatione ; reliquæ praxes , quæ docent magis vsitatas , atque compendiatas multiplicationes distinguendæ sunt , in eas quæ docent simplicem multiplicationem (in qua simplici multiplicatione uterque datus numerus exprimitur vnica nota Arithmetica) & in praxes quæ docent compositam multiplicationem , in qua singuli ex datis numeris non exprimuntur vnica nota Arithmetica .

C

atque

atque compendiatæ multiplicationes vix aliquid requirunt, præter iteratas multiplicationes simplices atque compendiatas; verum hæc simplex, atque compendiatæ multiplicatio, adeo facilis non est vt nulla prorsus expositione indigeat; pro eius declaratione vñtata est tabula, quam Pythagoricam appellant, quia eius inuentor fuit Pythagoras, vt igitur ordinatè exponam multiplicationes compendiatas, à facilioribus paulatim pergendo ad difficiliora, prius trado, quomodo mediante sola additione construatur tabula pythagorica: deinde doceo mediante hac tabula inuenire productum cuiuscunque simplicis multiplicationis: denique propono, quomodo mediante simplici multiplicatione compendiatæ, inueniatur productum cuiuscunque propositæ multiplicationis, quæ simplex non est.

Tabula Pythagorica constructio mediante sola simplici additione.

TAbulam Pythagoricam hic repræsentatam habes: constructionem eius paucis expono. Primo assumatur quadratum aliquod, subdiuisum in octuaginta, & vnum alia parua quadrata, inter se æqualia: atque in suprema nouem quadratorum serie, à sinistra parte versus dexteram ordine naturali sibi succedant nouem nomina Arithmeticæ, quæ vnā, vel plures vñitates indicant; in singulis.

Tabula Pythagorica

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

quadrato, quod proximè præcedit illud cui 8 inscribitur, alter verò inuenitur in supremo quadrato eiusdem seriei; quod quadratum supremum, idem est cum quadrato, quod proximè præcedit illud cui

lis. quadratis, suprema quadrata deorsum succedentibus, scribatur productum ex additione duorum numerorum, quorum vnus inuenitur in quadrato proximè superiori, alter vero inuenitur in supremo quadrato eiusdem seriei: Exempli gratia in serie quadratorum deorsum excurrente in qua supremo loco inuenitur numerus 4, secundo loco inuenitur numerus 8, qui producit ex 4 plus 4, quorum vnus inuenitur in

Caput IV. Siue multiplicatio. 19

1ud cui inscriptus est numerus 8. in hac eadem serie, tertio loco inuenitur numerus 12, qui producit ex 8 plus 4 quorum vnus numerus 8 inuenitur in quadrato quod proximè præcedit illud cui 12 inscribitur, alter numerus 4 inuenitur in supremo quadrato eiusdem seriei. Similiter quarto loco inuenitur numerus 16, qui producit ex 12 plus 4, quorum vnus numerus 12 inuenitur in quadrato, quod proximè præcedit illud cui inscriptus est numerus 16, alter numerus 4 inuenitur in supremo quadrato eiusdem seriei. Pari modo quinto loco inuenitur numerus 20, qui producit ex 16 plus 4; item sexto loco inuenitur 24 qui producit ex 20 plus 4. Item septimo loco inuenitur numerus 28 qui producit ex 24 plus 4. Item octauo loco inuenitur numerus 32 qui producit ex 28 plus 4. Item nono loco inuenitur numerus 36 qui producit ex 32 plus 4. Denique quemadmodum hic in exemplo allato patet, quomodo vnus seriei deorsum excurrentis, numeri omnes producantur, simplici atque adeo facillima additione: ita etiam produci numeros cuiusuis alterius seriei deorsum excurrentis, facile est videre ex apposita tabula.

Laminarum Arithmeticarum constructio.

EXpositæ constructioni tabulæ Pythagoricæ, plane affinis est, constructio laminarum Arithmeticarum: immo singulæ laminæ Arithmeticæ, propemodum nihil aliud sunt, quam series quadratorum deorsum excurrentium in tabula Pythagorica, aut tabula Pythagorica secta in partes; singulæ enim laminæ Arithmeticæ, à singulis quadratorum seriebus in tabula Pythagorica deorsum excurrentibus, tantum differunt, quod laminarum quadrata singula, quæ supremum sublequuntur, à diametro diuisa sint in duo triangula: quorum infimum, atque versus dexteram positum, contineat postremam notam quadrato inscriptam; alterum triangulum contineat penultimam notam eidem quadrato inscriptam, si præter vltimam aliqua inscripta sit quadrato; in hunc modum constructam laminam, appellamus laminam Arithmeticam. Vnam huiusmodi laminam Arithmeticam, exhibet figura cui inscripta est littera B: quam conferendo cum serie quadratorum quæ à numero deorsum excurrit in tabula Pythagorica; faciliè erit aduertere, verum esse, quod hætenus diximus de laminis Arithmeticis. Præter huiusmodi laminas ex tabula Pythagorica desumptas, aliquæ etiam requiruntur, in quarum supremo quadrato, vna

Fig. 1.

C 2

citra,

Fig. 1.

cifra, siue o contineatur: atque deorsum subsequenterum quadratorum triangulis inferioribus, eadem cifra, siue o contineatur. Talem laminam repræsentat figura C. Denique requiritur laminarum Arithmeticarum index, quem repræsentat figura A. Hic index planè non differt à prima serie quadratorum, quæ ab unitate deorsum excurrit in tabula Pythagorica. De numero laminarum nihil hic addo; etenim ex ijs quæ de laminarum usu dicenda sunt, facile quis colliget, quis laminarum numerus utilis esse possit; neque enim certus aliquis, atque determinatus laminarum numerus necessarius est; sed talis diuersarum laminarum numerus requiritur, qui sufficiat ad solutionem subsequentis primi problematis.

Laminarum Arithmeticarum usus longe præstantior est, usu tabulæ Pythagoricæ; etenim præter eandem illam commoditatem, quam Arithmetica candidatis affert tabula Pythagorica (quæ expleto tyrocinio abiicitur ut inutilis) talem usum habent laminæ Arithmetica: ut mereantur retineri, atque adhiberi, etiam ab ijs qui in Arithmetica maximè versati sunt, sed tamen nolunt inutiliter, aut tempus terere, aut caput defatigare. Laminarum Arithmeticarum utilitas currum equorumue utilitati similis dici posset; suo tempore, & loco, equo, aut curru vehi, maximè commodum est: sed tamen huiusmodi commoditatis necessitas, non levis incommoditas foret; atque commiseratione dignus haberetur, qui ad ambulandum pedibus suis uti non posset, tametsi suo obsequio promptos haberet equos, aut currus. Pari modo Arithmetico, incomoda, & parum decora foret necessitas laminarum Arithmeticarum: quarum commoditatem nihil melius docet, quam usus, si suo tempore, & loco adhibeantur: nimirum quando multiplicationum, aut diuisionum multitudo, aut prolixitas, compendium vel subsidium requirit: laminæ enim, omnem propemodum laborem multiplicationibus, aut diuisionibus proprium, tollunt: & in his operationibus eam tantum molestiam relinquunt, quæ additioni, aut subtractioni propria est; ut patebit ex dicendis de usu laminarum Arithmeticarum. Ut hunc usum suo loco commodius exponam, proderunt problemata sequentia.

PRO-

PROBLEMA I.

Propositi numeri vulgaris integri, columnnam
diuisoriam exhibere in laminis
Arithmeticis.

Quid sit columna diuisoria, & quomodo construi possit: exponitur in praxi quinta subsequenti capitis. Vt in laminis Arithmeticis, exhibeatur columna diuisoria propositi cuiusvis numeri vulgaris integri; laminarum indici, successiue versus dexteram ita apponendæ sunt laminæ, vt supremæ illarum notæ, repræsentent propositum numerum. Exempli gratia si propositus sit numerus 39, cuius numeri columna diuisoria exhibenda sit in laminis; indici immediatè apponendo laminam cuius suprema nota est 3: & huic lamini alteram apponendo cuius suprema nota est 9: habebis in laminis exhibitam columnnam diuisoriam quaesitam: quam repræsentat figura secunda. *Fig. 2.*

PROBLEMA II.

Describere, aut legere, numerum propositæ indicis notæ correspondentem; in columna
diuisoria exhibita in laminis
Arithmeticis.

VT proposito problemati satisfiat aduertendum duo contiguarum laminarum triangula, eidem indicis notæ correspondentia, simul constituere rhombum integrum: singula vero triangula esse dimidiatos rhombos: atque in columna diuisoria à laminis exhibita, singulis indicis notis lateraliter respondere seriem rhomborum, quorum primus, & vltimus dimidiatus est, reliqui sunt integri; denique rhombis contentas notas ad eundem locum spectare, ad quem spectant rhombi. Hoc prænotato, vt describatur columnæ in laminis exhibitæ numerus, respondens propositæ indi-

indicis notæ: illud vñum obseruandum est, vt incipiendo à fine, atque addendo notas ad eundem locum spectantes, describatur numerus; qui inuenitur in serie rhomborum, quæ respondet propositæ indicis notæ. Exempli gratia, ex columna diuisoria in laminis exhibita, atque repræsentata in primo problemate, describendus sit numerus respondens indicis notæ 2; hic numerus erit 78. etenim in serie rhomborum correspondentium indicis notæ 2, postremus rhombus continet notam 8: quæ proinde vltimo loco scribenda est; præterea penultimus rhombus, continet duas notas 6 & 1; quæ notæ additæ dant notam 7 penultimo loco scribendam. Similiter ex eadem columna descriptus numerus qui correspondet indicis notæ 9: erit 351; quia postremus rhombus continet notam 1, quæ proinde vltimo loco scribenda est; præterea penultimus rhombus continet duas notas 7 & 8: quæ notæ additæ dant 15: adeoque penultimo loco scribenda nota 5, & altera nota 1 seruanda pro antepenultimo loco; denique quia antepenultimus rhombus continet notam 2, illi addendo seruatam notam 1, habetur nota 3; antepenultimo loco scribenda.

Ex modo describendi numerum, qui propositæ indicis notæ respondet in columna diuisoria exhibita in laminis: facillè patet, quomodo legi possit eiusmodi numerus: nimirum mente faciendo, quod præscripsimus pro descriptione: idque facillè redditur, post aliquod exercitium in describendis huiusmodi numeris.

Praxis secunda, siue simplex atque compendiata multiplicatio integrorum atque vulgarium numerorum, mediante tabula Pythagorica.

EX duobus numeris datis pro simplici multiplicatione, singuli exprimuntur vnica nota Arithmetica: id enim exigit multiplicatio quæ simplex dicitur; ex quo etiam patet quod singuli ex datis istis numeris inueniri possint, tum in sinistra parte tabulæ, tum etiam in suprema parte tabulæ; itaque ex datis duobus numeris vnus inueniatur in suprema parte tabulæ, alter inueniatur in sinistra parte eiusdem tabulæ: deinde obseruetur quadratum commune duabus quadratorum seriebus, quarum vna ab inuento in suprema parte numero recta deorsum excurrit, altera vero ab inuento in sinistra parte numero dextrorsum excurrit, obseruato communi quadrato, inscriptum inuenies productum propositæ simplicis multiplicationis. Exempli gratia, si dati pro multiplicatione numeri sint 4 & 5, pro-

Caput IV. Siue multiplicatio. 23

productum multiplicationis erit numerus 20 : qui in scriptus est quadrato communi duabus quadratorum seriebus, quarum una à numero 4 posito in suprema parte tabulæ, recta deorsum excurrit: altera à numero 5, posito in sinistra parte tabulæ dextrorsum excurrit. Simili plane modo inuenies quod 4 ductum in 4 det 16. Item quod 7 ductum in 5 det 35. item quod 8 ductum in 7 det 56. item quod 8 ductum in 9 det 72. atque ita de cæteris: neque est possibilis vlla multiplicatio simplex numerorum integrorum atque vulgarium, cuius productum non exhibeat tabula Pythagorica, adhibita modo hic proposito.

Vt ex proposita simplici, atque compendiata multiplicatione, gradum factam, ad reliquas, hoc est compositas, atque compendiatas multiplicationes: distinguo duos diuersos casus qui possunt occurrere; primus est, quando ex datis pro multiplicatione numeris, vnus quidem pluribus notis Arithmeticiis indicatur, alter verò exprimitur vnica nota Arithmetica. Secundus est, quando ex datis pro multiplicatione numeris, vterque scribitur pluribus notis Arithmeticiis. Vtroque casu multiplicatio est composita: in primo tamen casu, vix aliud requiritur quam iterata simplex multiplicatio: quemadmodum vero in primo casu productum inuenitur per iteratam simplicem multiplicationem, sic in secundo casu, productum inuenitur per iteratam multiplicationem primi casus; de primo casu agitur in tertia & quarta praxi; quinta praxis, agit de secundo casu.

Praxis tertiã, siue multiplicatio compendiata duorum numerorum integrorum, atque vulgarium quorum vnus vnica: alter pluribus notis Arithmeticiis exprimitur.

Quæ ex duobus numeris datis pro multiplicatione vocetur superior, vel inferior, parum refert: quoniam igitur liberum est, ex datis duobus numeris quemlibet pro inferiori assumere: ille vocetur inferior, qui vnica nota Arithmetica exprimitur, alter vero appelletur superior; quo posito.

Primo per praxim secundam (hoc est per simplicem multiplicationem) inueniatur productum ex inferiori numero ducto in notam ultimam superioris numeri, atque huius producti vltima nota, vltimo loco scribatur in producto quod queritur, reliquæ notæ feruentur pro penultimo loco. Secundo, inueniatur productum ex infe-

inferiori numero ducto in penultimam notam superioris numeri, atque huic productio addatur, quod pro penultimo loco seruatum fuit, & in hunc modum inuenti numeri vltima nota penultimo loco scribatur in productio quod quaeritur. Denique in hunc modum successiue operando circa singulas notas superioris numeri, paulatim colliges omnes notas quibus indicatur productum quod quaeritur.

Pro exemplo multiplicationis de qua hic agimus propositi sint duo numeri A & B. ita vt numerus A constet pluribus notis Arithmeticis, & numerus B vnica nota exprimatur; numerus A sit

5 3 0 7 2. A

4. B

2 1 2 2 8 8

5 3 0 7 2; numerus B sit 4. Hos datos numeros A & B, scribere vt hic repraesentantur commodum est, non tamen necessarium; infra lineam repraesentatur proposita multiplicatio-
nis productum, quod quaeritur; vt hoc productum inueniam ita practice discorro: 4 ductum in 2 dat 8, itaque in productio quaesito vltimo loco scribo 8 & nihil seruo. Rursus 4 ductum in 7 dat 28, & 28 plus 0 prius seruato dat 28, itaque in productio quaesito penultimo loco scribo 8, & seruo 2. Rursus 4 ductum in 0 dat 0, & 0 plus 2 prius seruato dat 2, itaque in productio quaesito tertio loco a fine scribo 2, & nihil seruo. Rursus 4 ductum in 3 dat 12, & 12 plus 0 siue nihilo seruato dat 12, itaque in productio quaesito quarto loco a fine scribo 2, & seruo 1. Rursus 4 ductum in 5 dat 20, & 20 plus 1 prius seruato dat 21, itaque in productio quaesito quinto loco a fine scribo 1, & seruo 2. Denique quia in superiori numero A non inuenitur vlla nota circa quam possit continuari operatio; nota Arithmetica 2, seruata pro sexto loco a fine, scribitur in productio quaesito, loco illi debito siue sexto a fine; atque ita erit absoluta multiplicatio proposita, cuius productum erit numerus 2 1 2 2 8 8.

Praxis quarta, siue multiplicatio compendiata duorum numerorum integrorum atque vulgarium: quorum vnus, vnica, alter pluribus notis Arithmeticis exprimitur: mediante columna diuisoria exhibita in laminis Arithmeticis.

Primo. Per problema primum propositum pag. 21. in laminis Arithmeticis exhibeatur columna diuisoria numeri qui proponitur multiplicandus. Deinde in indice columnae diuisoriae inueniatur

tut

Caput IV. Siue multiplicatio. 25

tur nota per quam propositus numerus multiplicandus est, atque inuentæ notæ correspondens columnæ numerus describatur ut docetur prob. 2. pag. 21. sic enim habebitur productum propositæ multiplicationis.

Exempli gratia numerus 39 multiplicandus sit per numerum 8. Columna diuisoria in laminis exhibita erit illa quæ exhibetur in figura secunda. Deinde nota in indice quærenda erit 8: atque huic notæ correspondens columnæ numerus descriptus iuxta problema 2. erit 3 1 2; adeoque verum erit, quod 39 ductum in 8 producat 3 1 2.

Praxis quinta, siue multiplicatio compendiata duorum numerorum integrorum, atque vulgarium, quorum vterque pluribus notis Arithmeticis exprimitur.

Primo per tertiam, vel quartam praxim, inueniatur productum ex postrema nota numeri inferioris, ducta in totum numerum superiorem: atque hoc productum ita scribatur, ut illi alia producta, decussatim, atque ordinatè subscribi possint. Similiter inueniatur productum ex penultima nota numeri inferioris, ducta in totum numerum superiorem: atque hoc productum prius inuento producto decussatim, atque ordinatè subscribatur. Pari modo successiue inuenienda sunt producta ex singulis alijs notis inferioris dati numeri, ductis in totum numerum superiorem: atque inuenta producta, decussatim, atque ordinatè subscribenda sunt, prius inuentis productis. Denique omnia producta decussatim, atque ordinatè scripta simul addita, ut docetur capite secundo, dabunt productum multiplicationis propositæ.

Notandum hic quid intelligendum sit per decussatam, aut ordinatam partialium productorum scriptionem, quando dicitur partialia producta singula, inuenta per præcedentes praxes, decussatim, atque ordinatè scribenda esse. Singula illa producta partialia erunt decussatim scripta, si singulorum productorum partialium postrema nota, deorsum, respondeat notæ inferioris dati numeri, ex qua producit. Deinde singula illa producta partialia erunt ordinatè scripta, si singulis notis producti partialis superiori loco scripti, respondeat tantum vna nota producti partialis scripti inferiori loco; vltimæ tamen notæ superiori loco scripti producti partialis, non responderet vlla nota producti partialis immediatè subscripti, quando illa producta decussatim scripta sunt. In subsequenti

D

quenti

quenti exemplo numeri C, D, E, decussatim atque ordinatè scripti representantur.

Pro exemplo multiplicationis de qua hic agitur, datus numerus A sit 4 5 6 2: alter datus numerus B sit 7 5 3. Scriptis prius numeris datis A & B, ut hic representantur, practicè discurrendo, ut docuimus in tertia praxi, vel sine discursu illo practico, ut docetur in quarta praxi, inuenio, 3 ductum in totum numerum A dare numerum 1 3 6 8 6, siue parziale productum C. Rursus eodem modo inuenio, 5 ductum in totum numerum A dare numerum 2 2 8 1 0, siue parziale productum D. Similiter inuenio 7 ductum in totum numerum A, dare numerum 3 1 9 3 4, siue parziale productum E: quæ singula producta partialia hic habes decussatim, atque ordinatè scripta. Denique producta partialia C, D, E, simul addendo; ut docetur capite secundo, habetur totale productum propositæ multiplicationis, nimirum numerus F, siue

$$\begin{array}{r}
 4 \ 5 \ 6 \ 2. \ A \\
 7 \ 5 \ 3. \ B \\
 \hline
 1 \ 3 \ 6 \ 8 \ 6. \ C \\
 2 \ 2 \ 8 \ 1 \ 0. \ D \\
 3 \ 1 \ 9 \ 3 \ 4. \ E \\
 \hline
 3 \ 4 \ 3 \ 5 \ 1 \ 8 \ 6. \ F
 \end{array}$$

Pro complemento eorum quæ hæcenus dicta sunt de multiplicatione, vtilis erunt subsequentes reflexiones.

Reflexio prima. Si aliquot postrema notæ alicuius numeri propositi pro multiplicatione sint cifrae, siue 0. istæ cifrae omnes negligi possunt in multiplicatione: siue in dato superiori, siue in dato inferiori numero inueniantur; dummodo cifrae in ipsa multiplicatione neglectæ, omnes successiue adscribantur inuento producto. exempli gratia, si 200 duci debeat in 3000 neglectis cifris quas nulla alia nota subsequitur, reliquus numerus 2 ductus in reliquum numerum 3 producit 6: huic producto successiue adscribendo neglectas quinque cifras, habebitur numerus 600000: quare 200 ductum in 3000 producit 600000.

Reflexio secunda. Si inferior numerus datus pro multiplicatione contineat cifras alijs notis permixtas: negligi possunt istæ cifrae, dummodo partialia producta genita ex reliquis notis inferioris dati numeri, ordinatè atque decussatim scribantur. Exemplum eius, quod in reflexione dicitur, representatur in appposita multiplicatione ordinatim scripta: in qua 3 0 0 2 ductum in 2 4 6 1 7 producit 7 3 2 0 0 2 3 4.

Re-

Caput IV. Siue multiplicatio.

27

Reflexio tertia. Licet multiplicatio absolui possit per iteratam additionem; tamen, toto ut ita dicam celo, ab additione differt multiplicatio. Hoc imprimis constat ex ipsis definitionibus additionis, atque multiplicationis superius à nobis propositis. Deinde impossibile est, ut productum ex additione vulgarium numerorum, non sit maius quolibet genitore dato pro multiplicatione; verum productum ex multiplicatione non est semper maius quolibet genitore dato pro multiplicatione; sed subinde est maius, subinde æquale, subinde minus. Exempli gratia 2 ductum in 3 producit 6: quo casu productum ex multiplicatione est maius quolibet genitore dato pro multiplicatione. 1 ductum in 1 producit 1; quo casu productum ex multiplicatione æquatur cuilibet genitori dato pro multiplicatione. 2 ductum in 1 producit 2; quo casu productum ex multiplicatione æquatur vni ex genitoribus datis pro multiplicatione. Præterea ex dicendis de multiplicatione numerorum fractionum vulgarium, constabit, quod 2 ductum in $\frac{1}{2}$ producat 1; quo casu productum ex multiplicatione est minus vno genitore dato pro multiplicatione, sed maius altero genitore. $\frac{1}{2}$ ductum in $\frac{1}{3}$ producit $\frac{1}{6}$: quo casu productum ex multiplicatione est minus quolibet genitore dato pro multiplicatione. Hinc facile colliges, numerum A, ducere in numerum B, non esse idem ac numerum A, vel numerum B aliquoties sumere; quilibet enim numerus aliquoties sumptus necessario maior est numero qui aliquoties sumitur: quare si numerum aliquoties sumere, esset idem ac multiplicare talem numerum; etiam productum ex multiplicatione deberet esse maius numero qui multiplicatur.

C A P V T V.

De diuisione numerorum integrorum vulgarium.

Numerum C diuidere per numerum B, est inuenire numerum A, qui ductus in numerum B producat numerum C. Pro diuisione nihil refert vtrum dati duo numeri sint eiusdem vel diuersæ speciei.

D 2

Propo-

Proposita definitione diuisionis Arithmeticae, exhibeo varios modos, siue praxes diuersas, quibus absoluitur diuisio duorum numerorum vulgarium qui singuli integri sint, atque inuenitur productum ex quibuslibet duobus eiusmodi numeris. Et primo quidem propono praxim qua utitur vulgaris Arithmetica, ut inueniat, siue exhibeat diuisionis productum, quando numerus diuidendus minor est ipso diuifore. In reliquis praxibus, agitur de diuisione, in qua numerus diuidendus non est maior diuifore. Ex his praxibus, quae secundo, & tertio loco proponuntur, operosae sunt atque prolixae, ac propterea minus vsitatae; vtilis tamen non tantum ad profundiores intelligentiam naturae ipsius diuisionis, atque reliquarum praxium: verum etiam pro ijs qui non amant compendia; in praxibus quae tertiam subsequuntur, proponuntur diuisiones compendiatas, vel simplices, vel compositas; tres diuisiones simplices, atque compendiatas inter se diuersae, proponuntur in quarta, quinta, & sexta praxi, in singulis modo aliquantulum diuerso, superatur difficultas compendiatas diuisionis, quae & simplici, & compositas diuisioni compendiatas communis est, ac planae praecipua, immo propemodum vnica quae inuenitur in compendiatas diuisione: quandoquidem pro compositis, atque compendiatas diuisionibus, vix aliud requiratur, quam iterata simplex, atque compendiatas diuisio; ut patebit ex praxibus quae sextam subsequuntur, in quibus docetur diuisio compendiatas, atque compositas.

Praxis prima, siue diuisio integrorum, atque vulgarium numerorum, quando diuifor est maior numero diuidendo.

EX datis duobus numeris superior, siue diuidendus, scribatur supra lineolam, cui subscriptus sit diuifor; haec scriptio exhibebit productum propositas diuisionis.

Tam hic, quam in sequentibus, quoties in eadem linea vnus numerus alteri subscriptus inuenitur, subintelligi debet lineola duos istos numeros separans: etenim passim omissa est, quia commodè typis exprimi non poterat.

Exempli gratia numerus diuidendus sit 4, diuifor sit 10. scriptio $\frac{4}{10}$ exhibebit productum diuisionis propositas, eritque verum, quod 4 diuisum per 10 producat $\frac{4}{10}$ similiter verum erit quod 27 diuisum per 29 producat $\frac{27}{29}$. De modo legendi huiusmodi scriptiones, fractos numeros representantes, & de fractorum numerorum significatione, agemus capite 6.

No-

Notandum hic est, fcriptionem propositam non tantum adhiberi in vulgari Arithmetica, in casu proposito, nimirum, vt exhibeatur productum diuifionis in casu in quo diuifor est maior numero diuidendo: verum etiam, quoties ex quauis alia diuifione circa integros ac vulgares numeros instituta, remanet aliquod residuum diuifionis; etenim notis Arithmeticis productis ex diuifione, successiue adscribitur diuifionis residuum, sed supra lineolam cui subscriptus sit diuifor. Exempli gratia, supposito quod numerus diuidendus sit 23, & diuifor sit 4; nota producta ex diuifione erit 5, diuifionis residuum erit 3, totumque productum erit $5\frac{3}{4}$; eritque verum, quod 23 diuifum per 4 producat $5\frac{3}{4}$. Similiter 7 diuifum per 3 producit $2\frac{1}{3}$. Atque vniuersaliter, quoties ex diuifione remanet aliquod residuum, vt habeatur productum diuifionis, semper diuifionis residuum, scriptum supra lineola cui diuifor subscriptus sit, successiue apponitur notis Arithmeticis productis ex diuifione.

Praxis secunda, siue prolixior diuifio integrorum, atque vulgarium numerorum, quæ nihil requirit præter notitiam additionis expositæ secundo capite.

EX datis pro diuifione numeris, superior, siue diuidendus sit C. Inferior, siue diuifor sit B; hoc posito successiue simul addendo plures, & plures numeros B inueniatur numerus D qui sit æqualis vel proxime minor numero C; notæ Arithmeticæ indicantes quot numeri B fuerint simul additi, ad producendum numerum D; erunt notæ productæ ex proposita diuifione; diuifionis residuum, erit differentia numerorum C & D; quare si notis productis ex diuifione, successiue adscribatur inuentum diuifionis residuum, vt dicitur in prima praxi, habebis productum propositæ diuifionis. Exempli gratia numerus diuidendus C sit 50, diuifor B sit 12; hoc posito, 12 plus 12 dant 24, & iterum 24 plus 12 dant 36, rursus 36 plus 12 dant 48, cui non potest amplius addi 12, quin fiat maior quam 50: adeoque numerus 48 productus est ex quatuor numeris 12 simul additis, etiam nota 4 est illa quæ producitur ex proposita diuifione. Denique propositæ diuifionis residuum est 2, quia inuento numero 48 debet addi 2 vt æquetur numero 50; igitur propositæ diuifionis productum est $4\frac{2}{12}$.

Præ-

Praxis tertia, siue prolixior diuifio integrorum, atque vulgarium numerorum, quæ nihil requirit præter notitiam subtractionis expositæ tertio capite.

EX datis pro diuisione numeris, superior, siue diuidendus sit C; inferior, siue diuifor sit B; hoc posito, diuifor B subtrahatur ex numero C, & rursus ex residuo huius subtractionis, subtrahatur diuifor B; atque hoc modo subtractiones continentur donec relinquatur residuum minus ipso diuifore; notæ Arithmeticae indicantes quoties diuifor B subtractus fuerit, erunt notæ productæ ex proposita diuisione; inuentum vltimum subtractionis residuum ipso diuifore minus, erit residuum propositæ diuisionis, & habebitur productum propositæ diuisionis, si notis productis ex diuisione adscribatur residuum, vt dicitur in primæ praxi.

Exempli gratia numerus diuidendus C sit 50. diuifor B sit 12: hoc posito, 50 minus 12 dat 38; & iterum 38 minus 12 dat 26. Rursus 26 minus 12 dat 14. Rursus 14 minus 12 dat 2, quod residuum est minus ipso diuifore; quandoquidem verò diuifor successiue quater subtractus sit ex numero diuidendo, nota Arithmetica 4, est illa, quæ producitur ex proposita diuisione: eiusdemque diuisionis residuum est 2; quare propositæ diuisionis productum erit $4\frac{1}{2}$.

Dux paxes diuisionis: hic propositæ, parum vfitatæ sunt, propter prolixitatem quam requirunt quoties plane parui non sunt numeri qui proponuntur pro diuisione; subsequentes diuisionis praxes docent magis compendiatas, atque vfitatas diuisiones: pro his (vt in alijs operationibus factum est) distinguo diuisionem in simplicem, & compositam; hoc est in diuisionem producentem vnicam, notam Arithmetica, & diuisionem producentem plures notas Arithmeticas; compositæ diuisiones compendiatæ, parum admodum requirunt, vltra iteratas simplices, atque compendiatas diuisiones: simplex atque compendiatæ diuifio subinde quidem facilis est, subinde tamen satis molesta est atque difficilis; hinc varias propono praxes quibus absoluitur simplex atque compendiatæ diuifio: vt ex pluribus, illa possit adhiberi, quæ vel propter facilitatem, vel propter compendium, vel quouis alio ex capite cuiuslibet magis ardebit. In diuersis circumstantijs, singulæ aliquam prærogatiuam habent; quæ in quarta diuisionis praxi proponitur vtitur tabula Pythagorica, atque vsu receptum est eam proponere incipientibus discere Arithmetica præcticam: parum tamen prodest quando diui-

diuisor pluribus notis exprimitur. Reliquæ duæ, quæ in quinta, & sexta praxi proponuntur, tales sunt, vt reuera ignorem quænam alteri debeat præferri, licet enim illa, quæ in quinta praxi proponitur subinde aliquem quasi inutilem laborem requirat, pro constructione columnæ diuisoriæ qua vitur: subinde tamen, ipsius columnæ constructio (saltem pro diuisionibus compositis ad quas ordinatur hæc simplex diuisio) non contemnendum compendium affert; & propemodum liberat omni periculo, incurrendi in errorem, cui maximè exposita est simplex diuisio quæ in sexta praxi proponitur, hæc tamen talis est, vt eius ignorantia maximè dedeceret Arithmeticum practicum: quippe apud eos, qui vtuntur practica Arithmetica, maximè vñitata est: quia non semper quidem, sed tamen ordinariè maius affert compendium: ipsa verò operationum compendia tantū fiunt, vt plerumque longioribus praxibus magis compendiatæ præferantur, licet maiores difficultates annexas habeant.

Praxis quarta, siue simplex diuisio numerorum integrorum vulgarium, mediante tabula Pythagorica: supposito tamen, quod diuisor constet vnica nota Arithmetica.

IN suprema parte tabulæ Pythagoricæ inueniatur propositus diuisor: deinde inter numeros inuento diuisori deorsum correspondentes, obseruetur numerus, dato numero superiori æqualis, vel proximè minor, si nullus æqualis inueniatur; obseruato in hunc modum numero, correspondens nota Arithmetica posita in sinistra parte tabulæ; erit nota producta ex proposita diuisione: atque obseruatus in tabula numerus subtractus ex dato superiori numero dabit residuum propositæ diuisionis; denique si notæ productæ ex diuisione, adscribatur residuum diuisionis (vt dicitur in prima praxi) habebitur productum propositæ diuisionis.

Exempli gratia, supposito quod numerus diuidendus sit 56, & diuisor sit 7 inuenies diuisori 7, scripto in suprema parte tabulæ, deorsum respondere numerum 56; & quia huic numero, in sinistra parte tabulæ, responder 8: etiam nota 8, erit illa quæ producit ex proposita diuisione; præterea quia inuentus in tabula numerus 56, subtractus à numero diuidendo, qui etiam est 56, nullum relinquit residuum: productum propositæ diuisionis erit 8: atque 56 diuisum per 7 dat 8. Similiter supposito quod numerus diuidendus

sit 59.

fit 59, quodque diuisor fit 7: inuenies diuisori 7 scripto in suprema parte tabulae, deorsum nusquam respondere numerum diuidendum 59, illo tamen proximè minorem esse numerum 56; cui iterum in sinistra parte tabulae respondens nota 8, erit nota producta ex diuisione: & quia 59 minus 56 dat 3, etiam residuum diuisionis erit 3; ac denique 59 diuisum per 7 dabit $8\frac{3}{7}$.

Praxis quinta, siue diuisio compendiata, ac simplex numerorum integrorum, atque vulgarium, mediante columna diuisoria.

Pro praxi quam hic tradimus requiritur columna diuisoria, hanc columnam diuisoriam in laminis Arithmeticis commodè exhibere, docuimus superiori capite; hic vero independenter à laminis Arithmeticis; columnae diuisoriae constructionem, prius expono duplici diuerso modo: primo quidem mediante sola additione tradita capite secundo: deinde mediante multiplicatione tradita capite quarto. Denique exposita constructione columnae diuisoriae; propono eius usum, & praxim diuisionis simplicis in qua adhibetur columna diuisoria.

Columnae diuisoriae constructio, mediante sola additione, haec est: primo, ordine naturali successiue, atque deorsum excurrentes scribantur nouem notae Arithmeticae indicantes vnā, vel plures unitates, atque haec notarum series vocetur index columnae diuisoriae. Deinde indicis notae 1, lateraliter adscribatur propositus diuisor exempli gratia 39. Item indicis notae 2, lateraliter adscribatur productum ex numero proximè superiori qui est 39, addito diuisori qui etiam est 39, quod productum est 78. Rursus indicis notae 3 lateraliter adscribatur, productum ex numero proximè superiori qui est 78 addito diuisori qui est 39, hoc productum est 117. Rursus indicis notae 4, lateraliter adscribatur, productum ex numero proximè superiori, qui est 117, addito diuisori qui est 39, quod productum est 156. Simili plane modo indicis notae 5; lateraliter adscribitur 195, quia 156 plus 39 dant 195. Item indicis notae 6, lateraliter adscribitur 234, quia 195 plus 39 dant 234. Item indicis notae 7 lateraliter adscribitur 273, quia 234 plus 39 dant 273. Item indicis notae 8, lateraliter adscribitur 312, quia 273 plus 39 dant 312.

Deni-

Denique indicis notæ 9 . lateraliter adscribitur 351 , quia 312 plus 39 dant 351 . Hæc columnæ diuiforiæ constructio , conuenit cum constructione tabulæ Pythagoricæ mediante additione : differt tantum , quod pro tabula Pythagorica sufficiat simplex additio , pro columna diuiforia requiratur aditio composita , quoties diuifor exprimitur pluribus notis Arithmeticis .

Columnæ diuiforiæ constructio mediante multiplicatione , hæc est . Primo vt paulò ante dictum est , ponatur index columnæ diuiforiæ . Deinde cuilibet indicis notæ lateraliter adscribatur productum ex indicis nota ducta in diuiforem , Exempli gratia , posito quod diuifor sit 39 indicis notæ 1 , lateraliter respondebit 39 : quia 1 ductum in 39 dat 39 ; indicis notæ 2 , lateraliter respondebit 78 : quia 2 ductum in 39 dat 78 : indicis notæ 3 , lateraliter respondebit 117 : quia 3 ductum in 39 dat 117 . Indicis notæ 4 , lateraliter respondebit 156 , quia 4 ductum in 39 dat 156 ; atque ita de cæteris

Diuifio compendiata ac simplex , mediante columna diuiforia , ita absoluitur . Primo construitur columna diuiforia , in qua indicis notæ 1 respondet propositus diuifor ; vel certè talis columna exhibetur in laminis Arithmeticis iuxta problema 2 capitis 4 . Deinde inter columnæ numeros , obseruatur aliquis numerus , diuidendo numero æqualis , vel certè proximè minor , si desit æqualis : obseruato columnæ numero correspondens indicis nota , erit nota producta ex proposita diuisione : atque obseruatus columnæ numerus , subtractus ex numero diuidendo , dabit residuum propositæ diuisionis : quare si notæ producta ex diuisione , adscribatur inuentum diuisionis residuum (vt dicitur in prima praxi) habebitur propositæ diuisionis productum .

Exempli gratia , propositus numerus diuidendus sit 299 , diuifor sit 39 ; numero diuidendo proximè minor columnæ numerus erit 273 , cui respondet indicis nota 7 : quare notæ producta ex proposita simplici diuisione erit 7 ; præterea , quia 299 minus 273 dat 26 : propositæ diuisionis residuum erit 26 atque adeo numerus 299 diuifus per numerum 39 , dabit productum $7\frac{26}{39}$

Non erit inutile circa propositam diuisionis praxim notare ; primo , quod hæc quinta praxis non differat à quarta praxi , nisi quod quarta praxis non adhibeat nisi columnas , vt ita dicam , diuiforias , representatas in tabula Pythagorica ; verum quinta praxis , præter easdem columnas diuiforias representatas in tabula Pythagorica , adhibet quasunque alias : & dici posse in quinta praxi propositam diuisionem , nihil aliud esse , quam diuisionem in quarta

E

pra.

praxi propositam, sed ampliatam, atque reductam ad maiorem vniuersalitatem; etenim quartæ praxeos diuisio, restricta est ad solas diuisiones, in quibus diuisor exprimitur vnica nota Arithmetica: quinta praxeos diuisio, nullo modo restricta est, sed amplectitur quaslibet simplices vulgarij, atque integrorum numerorum diuisiones. Secundo notari potest, quod cum sola additione constructui possit quælibet columna diuisoria, atque in praxi quæ adhibet columnam diuisoriam, nulla vnquam multiplicatio instituenda sit vt absoluatür proposita simplex, atque compendiatæ diuisio; etiam quælibet compendiatæ diuisio, absolui potest, absque omni difficultate, quæ non inuenitur in additione, aut subtractione; siue per solam iteratam additionem, aut subtractionem; etenim pro columnæ constructione sufficit iterata additio: pro simplicis diuisionis residuo inueniendo, sufficit subtractio; notam productam ex simplici diuisione, immediate exhibet columna, igitur pro simplici diuisione quæ mediante columna absoluitur, sufficit additio, & subtractio, neque requiritur vlla multiplicatio. Denique pro diuisionibus compositis, sufficit simplex diuisio sæpius iterata, vt patebit ex diuisione compendiatæ, atque compositæ quæ proponitur in septima praxi diuisionis: igitur pro quælibet diuisione, quæ mediante columna diuisoria absoluitur, sufficit additio, & subtractio, neque requiritur vlla multiplicatio.

Praxis sexta, siue diuisio compendiatæ, & simplex, numerorum integrorum vulgarij.

IN hac praxi, prudenti consideratione, propositi numeri diuidenti atque diuisoris, inueniendum est, quoties diuisor contineatur in numero diuidendo; quod subinde difficile est: etiam ijs qui commode versati sunt in practica Arithmetica; vt hæc difficultas aliquo modo subleuetur (independenter ab ijs, quæ in præcedentibus praxibus allata sunt) prodesse possunt, quæ hic subijcio notanda.

Notandum primo. Impossibile est, vt diuisor simplicis diuisionis plus quam nonies contineatur in numero diuidendo, vt patet ex definitione diuisionis simplicis. Deinde nota Arithmetica, indicans quoties totus diuisor contineatur in toto numero diuidendo, dicitur nota producta ex tali simplici diuisione.

Notandum secundo, Si in diuisore, & numero diuidendo, æque multa notæ versus dexteram positæ negligantur: nota indicans, quo.

quoties reliquus diuifor contineatur in reliquo numero diuidendo, proximè etiam indicat; quoties contineatur totus diuifor, in toto numero diuidendo. Exempli gratia, fupposito quod numerus diuidendus fit 3 8 2 4, quodque diuifor fit 8 4 2: vtrobique negligendo poftremas duas notas, reliquus numerus diuidendus erit 3 8. & reliquus diuifor erit 8; præterea ficut reliquus diuifor 8, contineatur quater in reliquo numero diuidendo 3 8: ita proximè totus diuifor 8 4 2, continetur quater in toto numero diuidendo 3 8 2 4; dixi proximè continetur, licet enim in allato exemplo verum fit, quod totus diuifor 8 4 2 contineatur quater in toto numero diuidendo: id tamen falſum foret, ſi manente eodem diuiſore 8 4 2 numerus diuidendus foret 3 3 2 4: quo caſu negligendo vtrobique duas vltimas notas, reliquus diuiſor 8, in reliquo numero diuidendo 3 3 continetur quater: ſed tamen totus diuiſor 8 4 2, non niſi tertio continetur in toto numero diuidendo 3 3 2 4.

Notandum tertio. Aſſumpta nota aliqua Arithmetica, eſt maior quam nota producta ex ſimplici diuiſione: ſi aſſumpta nota ducta in diuiſorem, producat numerum maiorem numero diuidendo. Aſſumpta nota Arithmetica, eſt minor, quam nota producta ex ſimplici diuiſione: ſi aſſumpta nota ducta in diuiſorem ſubtrahatur ex numero diuidendo, atque huius ſubtractionis productum ſit æquale, vel maius diuiſore. Exempli gratia, numerus diuidendus ſit 2 7 diuiſor ſit 4: his poſitis aſſumpta ſit nota Arithmetica 7: quia 7 ductum in 4 dat 28, qui numerus eſt maior propoſito numero diuidendo 27, legitime inferitur, notam 7 eſſe maiorem; quam ſit nota quæ producitur ex numero 27 diuiſo per 4. Rurſus aſſumpta ſit nota Arithmetica 5; quia 5 ductum in 4 dat 20, & inſuper 27 minus 20 dat numerum 7, qui maior eſt diuiſore 4: legitime inferitur, notam 5 eſſe minorem, quam ſit nota quæ producitur ex numero 27 diuiſo per 4.

Vt per praxim de qua hic agimus inueniatur productum ſimplicis diuiſionis. Primo, ex conſideratione numeri diuidendi atque diuiſoris, dirigentibus ijs quæ monuimus notanda eſſe, inuenienda eſt nota Arithmetica producta ex propoſita ſimplici diuiſione: hoc eſt nota indicans quoties diuiſor contineatur in numero diuidendo. Deinde inuenta nota Arithmetica duci debet in diuiſorem, atque huius multiplicationis productum ſubtractum à numero diuidendo dabit reſiduum propoſitæ ſimplicis diuiſionis. Denique, notæ productæ ex diuiſione adſcribendo eiſdem diuiſionis reſiduum (vt dicitur in prima praxi) habebitur productum quaſitum.

Exempli gratia, propoſitus numerus diuidendus ſit 2995 diuiſor

E 2

ſit 39

fit 39; primo inquirendo quoties diuisor 39 contineatur in numero diuidendo 299 quod difficilis est, vel iuxta secundum notandum inquirendo quoties 3 contineatur in 29, quod errori obnoxium est; inueniri debet, notam 7 esse illam quæ producitur ex numero 299 diuiso per 39. Deinde quia 7 ductum in 39 dat 273: & insuper 299 minus 273 dat 26: erit numerus 26 residuum propositæ diuisionis: atque adeo numerus 299 diuisus per numerum 39 dabit productum $7\frac{26}{39}$.

In proposito exemplo insinuamus duos modos inueniendi notam productam ex diuisione; primus est, inquirendo quoties diuisor 39 contineatur in numero 299; secundus modus est, inquirendo quoties 3 contineatur in numero 29 primum modum difficiliorem esse satis patet, quandoquidem non ita clarè appareat, quoties 39 contineatur in 299: quam quoties 3 contineatur in 29. Secundum modum qui facilius est, errori obnoxium esse patet ex secundo notando: quoties tamen hoc secundo modo inquirendo notam productam ex diuisione, aberratur: ipse error facile detegitur, ex ijs quæ necessaria sunt ad inueniendum diuisionis residuum; ut hoc residuum habeatur, necesse est, & notam ex diuisione productam ducere in diuisorem, & insuper huius multiplicationis productum, subtrahere ex numero diuidendo: quæ subtractio fieri non poterit, vel certè eius productum erit æquale aut maius diuisore, si erratum fuit circa notam productam ex diuisione: circa quam aliter aberrari non potest, quam pro ipsa assumendo aliam notam maiorem scilicet, vel minorem; iam verò si nota maior fuerit assumpta, in diuisorem ducta subtrahi non poterit ex numero diuidendo, quia tale productum erit necessario maius numero diuidendo; si verò minor nota fuerit assumpta, necessario inuentum diuisionis residuum erit æquale vel maius ipso diuisore: ut constet ex tertio notando.

Expositis varijs praxibus simplicis, atque compendiatæ diuisionis: venio ad diuisiones compositas atque compendiatas: pro quibus vix aliquid requiritur, præter iteratas diuisiones simplices; etenim quælibet diuisio composita, tot diuersis simplicibus diuisionibus absoluitur, quot notæ diuersæ producuntur ex composita diuisione: singulæ enim notæ productæ ex composita diuisione, inueniuntur per singulas, atque diuersas simplices diuisiones, in his simplicibus diuisionibus, diuisor semper idem remanet, sed numeri diuidendi diuersi sunt, nimirum partes, siue membra totius numeri, qui per compositam diuisionem diuidendus proponitur; nam per membrum numeri diuidendi, intelligi debet, pars numeri diuidendi, quæ diuisa per totum diuisorem, vnicam diuisionis notam pro-

pro.

producit: ex his membris numeri diuidendi, primum dicitur, illud, ex quo per simplicem diuisionem producitur prima nota numeri producti ex diuisione; secundum membrum dicitur illud, ex quo per simplicem diuisionem producitur secunda nota; tertium membrum dicitur, illud, ex quo per simplicem diuisionem producitur tertia nota; atque ita de cæteris. Quemadmodum verò simplex diuisio non nisi vnicam notam producit, ita totus numerus diuidendus simplici diuisione, vnicum membrum constituit: hinc pro simplici diuisione, necesse non fuit agere de membris numeri diuidendi: pro compositis diuisionibus necesse est distinguere illa membra, & scire modum, quo membra illa inueniuntur; atque hoc vnum est quod pro compositis diuisionibus compendiatas requiritur, vltra ea quæ de simplicibus atque compendiatas diuisionibus dicta sunt. De inuentione membrorum numeri diuidendi agunt proximè subsequentes duæ reflexiones, quæ necessariæ quidem sunt, sed nullis difficultatibus implicatæ, & tam faciles vt pro singulis simplex reflexio videatur sufficere.

Reflexio prima. Vt habeatur primum membrum numeri diuidendi: ex numero qui diuidendus proponitur, incipiendo à dextera parte versus sinistram, accipiuntur tot notæ Arithmeticae, quot requiruntur ad constituendum numerum æqualem, vel proximè maiorem diuisore, si æqualis haberi non possit. Exempli gratia supposito quod numerus diuidendus sit 3 4 6 2 1 primum membrum erit 34: si diuisor sit 34, vel 30, vel 18, vel 4, vel quiuis alius numerus maior quidem numero 3, sed non maior numero 34; sic enim semper verum erit quod numerus 34, vel sit æqualis, vel proximè maior diuisore: adeoque primum membrum constituat; quod verum non esset, si diuisor esset 3: quia huic diuisori æquatur prima nota numeri diuidendi, idem etiam verum non esset, si diuisor esset 35, vel alius maior numerus: quia hoc casu numerus 34 non esset æqualis, aut proximè maior diuisore. Si in proposito exemplo diuisor esset 35, primum membrum esset 346: idemque verum esset, supposito quod pro diuisore daretur quiuis numerus maior quā 34, sed minor quam 346. Denique primum membrum esset 3, si pro diuisore daretur numerus 3, vel 2, vel 1.

Reflexio secunda. Vt habeatur numeri diuidendi membrum aliquod, diuersum à primò membro: residuo simplicis diuisionis, institutæ circa membrum proximè præcedens, successiue adscribatur vna illa nota numeri diuidendi, quæ proximè sequitur præcedentis membris vltimam notam sumptam ex numero diuidendo:

do: etenim cuiusvis membri ultima nota semper sumitur ex numero diuidendo. Exempli gratia numerus diuidendus sit 6477 diuisor sit 4: quare iuxta primam reflexionem primum membrum erit 6: iam verò si circa primum membrum instituta diuisionis residuum sit 2, secundum membrum erit 24: quod habetur, residuo 2, successive adscribendo notam 4, quæ in numero diuidendo proximè sequitur notam 6, quæ primi membri ultima est. Rursus, si circa secundum membrum 24, instituta simplicis diuisionis residuum sit nihil, siue 0: tertium membrum erit 7, quod habetur residuo, siue 0, successive adscribendo notam 7, quæ in numero diuidendo proximè sequitur notam 4. quæ in secundo membro est ultima; est quæ planè idem siue scribatur 07, siue scribatur 7. Rursus, si circa tertium membrum instituta simplicis diuisionis residuum sit 3, quartum membrum erit 37: quod habetur, residuo 3, successive adscribendo notam 7, quæ in numero diuidendo proximè sequitur aliam notam 7, quæ in tertio membro ultima est.

Praxis septima, siue diuisio composita atque compendiata numerorum integrorum vulgarium.

Qualibet composita atque compendiata diuisio numerorum integrorum vulgarium, absoluitur, alternis inueniendo, & diuisionis membrum, ut docetur in duabus reflexionibus præcedentibus & circa inuentum membrum instituendo simplicem diuisionem; etenim membri inuentio necessaria est ut simplex diuisio institui possit & ex singulis simplicibus diuisionibus, singula notæ Arithmeticae producuntur, quæ successive scriptæ, cum appposito ultimæ simplicis diuisionis residuo (scripto ut docetur in prima praxi) exhibent productum compositæ diuisionis.

Praxim paucis exposita, declaro varijs exemplis; inter quæ satis notabilis diuersitas inuenitur: sed non aliunde causata, quam ex modo diuerso, quo institui possunt diuisiones simplices atque compendiata, quæ necessaria sunt pro compendiata atque composita diuisione.

Primum exemplum septimæ praxis, in quo mediante columna diuisoria inuenitur productum ex numero 6897, diuiso per numerum 39. Primo ex diuisore 39 cōstruo columnam diuisoriam, ut docetur in praxi quinta, quam columnam diuisoriam hic representatam habes: vel certè columnam illam exhibeo in laminis Arithmeticis. Deinde ita prædicè discurre. Primum membrum est 68: hoc mem-

Caput V. Siue diuifio.

39

membro proximæ minor columnæ numerus est 39, cui in indice ref-
pondet 1: igitur in quotiente scribo 1, ipsi vero membro 68, sub-
scribo inuentum columnæ numerum 39, qui subtractus ex numero
68, relinquit 29: cui successiue adscribo notam 9, numeri diui-
dendi, atque ita habeo nouum membrum 299: hoc membro pro-
xime minor columnæ numerus est 273, cui in indice respondet 7,
igitur 7 scribo in quotiente, & inuentum columnæ numerum 273,
subscribo adhibito membro 299: facta subtractione remanet nume-

1.	2 9	6 8 9 7	(176 ³³ ₃₉
2.	7 4	3 9	
3.	1 1 7	—	
4.	1 5 6	2 9 9	
5.	1 9 5	2 7 3	
6.	2 3 4	2 6 7	
7.	2 7 3	2 3 4	
8.	3 1 2	—	
9.	3 5 1	3 3	

rus 26, cui successiue ad-
scribo notam 7 numeri
diuidendi, atque ita ha-
beo nouum membrum 267;
hoc membro proximè mi-
nor columnæ numerus est
234, cui in indice respon-
det nota 6, quam scribo in
quotiente: & inuentum co-
lumnæ numerum 234 sub-
scribo adhibito membro
267; facta subtractione,
remanet 33: cui successi-
ue adscribere non possum

aliam notam numeri diuidendi adeoque diuifio est absoluta,
& notæ productæ ex diuifione erunt 176: vltimæ simplicis diui-
fionis, atque adeo totius compositæ diuifionis, residuum erit 33:
quare productum ex proposita diuifione erit 176³³: eritque verum,
quod 6897 diuifum per 39 producat 176³³.

Secundum exemplum septimæ praxis, in quo
mediante columna diuiforia productum inuenitur, paulo magis
compendiata fcriptione.

Numerus diuidendus fit 6897 diuifor fit 39: quibus positis, pri-
mo construo columnam diuiforiam, vt in præcedenti exemplo.
Deinde ita discurrendo operor: primum membrum est 68, hoc mem-
bro proximè minor columnæ numerus ex 39, cui indicis nota 1
respondet: itaque in quotiente scribo 1, & inuentum columnæ nu-
merum 39 subtrahendo ex proposito membro 68, habeo residuum
29: quod subscribo membro proposito: scriptum residuum 29 cum
nota 9 numeri diuidendi constituit nouum membrum 299, quo mē-
bro proximè minor columnæ numerus est 273, cui respondet indi-
cis.

eis nota 7. itaque in quotiente scribo 7, & inuentum numerum 273, subtrahendo ex proposito membro 299, habeo residuum 26, quod subscribo membro adhibito; residuum 26, cum nota 7 numeri diuidendi, constituit nouum membrum 267; quo membro proximè minor columnæ numerus est 234, cui respondet indicis nota

1.	3	9	6	8	9	7
2.		7	8		2	9
3.	1	1	7		2	6
4.	1	5	6		3	3
5.	1	9	5			
6.	2	3	4			
7.	2	7	3			
8.	3	1	2			
9.	3	5	1			

(176 $\frac{33}{39}$

6: itaque in quotiente scribo 6, & inuentum columnæ numerum 234 subtrahendo ex proposito membro 267, habeo residuum 33, quod subscribo adhibito membro; & quia nulla superest nota, cum qua residuum nouum membrum constituere possit, absoluta est operatio, & productum erit 176 $\frac{33}{39}$.

Diuisio quæ mediante columna diuisoria absoluitur esset præferenda alijs omnibus mihi cognitis, nisi annexam haberet molestiam quam secum affert columnæ constructio: quæ tamen molestia magna non est, & aliqua ex parte euitari non potest: quandoquidem aliqua ex multiplicationibus vtilibus pro columnæ constructione, necessario recurrant in ea diuisione; in qua non adhibetur columna: immo fieri potest, vt multiplicationum pro diuisione requisitarum multitudo, maior sit in ea praxi quæ columnam non adhibet, quam in altera in qua adhibetur columna; etenim quando columna adhibetur, non nisi octo multiplicationes vtilis esse possunt, pro quibus etiam totidem additiones sufficiunt, quæ multiplicationibus longè faciliores sunt: verum quando non adhibetur columna, tot requiruntur multiplicationes, quot notæ scribendæ sunt in quotiente, quæ possunt esse longe plures quam octo; his, addit quod columna diuisoria expeditè exhibeatur in laminis Arithmeticis: quodque columnam adhibendo, cesset omnis difficultas, inueniendi quoties diuisor contineatur in membro proposito: quæ difficultas; præ cæteris omnibus molestiam reddit diuisionem, in qua columna non adhibetur: & subinde operantem non parum defatigat, vel etiam inducit in errorem, nisi maximè versatus sit in Arithmeticis operationibus. Verum nihil melius, quam ipsa praxis, docet, vtum, vel quando, ex diuersis diuisionis praxibus, vna alteri præ.

Caput V. Siue diuifio.

41

præferenda fit; & quia pro diuerfis casibus, atque diuerfis personis, diuerſæ praxes magis profunt, addo hic alteram, quæ à priori non differt, niſi quod non adhibeat columnam diuiſoriam.

Tertium exemplum ſeptimæ praxis, in quo adhibetur diuiſio ſimplex propoſita in ſexta praxi.

Numerus diuidendus ſit 6897, diuiſor ſit 39; vt hanc diuiſionem abſoluam, ita practicè diſcurro. Primum membrum eſt 68, in

6897 (176³³

39

299

273

267

234

33

quo diuiſor 39 tantum ſemel continetur, quare in quotiente ſcribo 1: & quia 1 ductum in diuiſorem 39 dat 39: numerum 39 ſubſcribo membro 68: facta ſubtractione relinquitur numerus 29, cui ſucceſſiue adſcribo notam 9 numeri diuidendi, atque ita habeo nouum membrum 299: in hoc membro diuiſor 39 ſepties continetur; quare notam 7 ſcribo in quotiente, & quia 7 ductum in diuiſorem 39 dat 273, hunc numerum ſubſcribo membro 299: facta ſubtractione relinquitur

numerus 26, cui ſucceſſiue adſcribo notam 7 numeri diuidendi, atque ita habeo nouum membrum 267: in hoc membro diuiſor 39 continetur ſexies, quare notam 6 ſcribo in quotiente: & quia 6 ductum in diuiſorem 39 dat 234, hunc numerum ſubſcribo membro 267: facta ſubtractione relinquitur numerus 33, cui ſucceſſiue adſcribere non poſſum aliam notam numeri diuidendi, quia omnes eius notæ adhibitæ ſunt, atque adeo abſoluta eſt diuiſio: atque ex diuiſione productæ notæ Arithmeticæ erunt 176: diuiſionis reſiduum erit 33: adeoque propoſitæ diuiſionis productum erit 176³³.

Quartum exemplum ſeptimæ praxis, quod à tertio non differt, niſi penes ſcriptionem paulò magis compendiatam.

Numerus diuidendus ſit iterum 6897 & diuiſore ſit 39; his poſitis, primum membrum eſt 68, in quo diuiſor ſemel continetur: itaque in quotiente ſcribo 1: & quia 1 ductum in diuiſorem 39 dat 39, atque inſuper 39 ſublatus ex membro 68 relinquit 29, hunc numerum 29 ſubſcribo membro propoſito; eritque nouum membrum 299, in quo diuiſor 39, continetur ſepties: quare in quotiente ſcribo 7, & quia 7 ductum in diuiſorem 39 dat 273, atque hic numerus ſublatus ex propoſito membro 299 relinquit 26: hunc nu-

F,

merum

merum 26 subscribo membro adhibito, & nouum membrum erit 267 in quo diuisor 39 continetur sexies, quare in quotiente scribo notam 6: & quia 6 ductum in diuisorem 39 dat 234, atque hic numerus subtractus ex membro proposito 267, relinquit 33: hunc numerum 33 subscribo membro adhibito: quo facto nouum membrum haberi ulterius non potest adeoque diuisio est absoluta, atque ex diuisione productæ notæ Arithmeticae erunt 176, & diuisionis residuum erit 33: quare productum ex proposita diuisione erit $176\frac{33}{39}$.

Haecenus dictis de diuisione, vtile existimaui addere paucas reflexiones quæ subsequuntur.

Reflexio prima. Si aliquot propterea notæ alicuius propositi diuisoris, sint cifrae, siue 0; negligi poterunt: dummodo etiam negligantur totidem postremae notæ numeri qui diuidendus proponitur, sed tamen non negligantur in residuo diuisionis. Exempli gratia numerus 632 diuidendus sit per numerum 200, vtrouique negligendo duas postremas notas, reliquum superiorem numerum 6 diuidendo per reliquum inferiorem numerum 2, nota producta ex diuisione erit 3, residuum verò erit 32, atque productum ex diuisione erit $2\frac{32}{100}$.

Reflexio secunda. Apud non paucos expositores Arithmeticae practicae, magis vsitata inuenitur aliqua diuisionis praxis, in qua membri adhibiti notæ delentur: quam praxes haecenus à nobis propositae; praedictam tamen praxim putaui planè negligendam: quia si fortè inter operandum irrepit error aliquis, qui deprehendatur, vel ex eo quod productum ex multiplicatione maius sit membro proposito, vel quod residuum subtractionis maius sit diuisore: difficile est post deleras notas, errorem corrigere: quod in propositis à nobis praxibus difficultatem non habet.

Reflexio tertia. Quemadmodum multiplicatio maximè differt ab additione, vt monuimus in reflexione tertia capitis praecedentis: ita etiam diuisio maximè differt à subtractione, tametsi per iteratas subtractiones inueniri possit productum diuisionis. Impossibile est, vt productum ex subtractione numerorum vulgarium, non sit minus superiori genitore subtractionis: cuius partem exhibet productum subtractionis. Productum diuisionis non semper est minus numero qui diuiditur: sed subinde est minus, subinde æquale, subinde maius. Exempli gratia. 6 diuisum per 2 producit 3; quo casu productum ex diuisione est minus numero qui diuiditur, 2 diuisum per

per 1 producit 2, quo casu productum est æquale numero qui diuiditur. Præterea ex dicendis de diuisione numerorum fractionum vulgarium; constabit, quod 2 diuisum per $\frac{1}{4}$ producat 8; quo casu productum est maius numero qui diuiditur. Hinc faciliè colligitur, numerum A diuidere per numerum B, non esse idem, ac inuenire aliquam partem numeri A: etenim quælibet pars numeri A, necessariò est minor numero A; quare si numerum A diuidere per numerum B, esset idem ac inuenire aliquam partem numeri A: etiam productum ex diuisione deberet esse minus numero qui diuiditur.

Appendix .

De operationum Arithmeticarum examine .

Operationum Arithmeticarum, atque hæcenus propositarum: varia examina proponunt scriptores Arithmeticæ practicæ; illa tamen omnia quæ ab ipsis operationibus diuersa sunt, negligo, vt parum vtilia, atque errori obnoxia.

Legitimum additionis examen habetur ex subtractione: & vicissim ex additione legitime inferitur an in subtractione erratum sit: etenim qualescunq; sint numeri A & B, si numerus A, additus numero B, producat numerum C: etiam numerus B subtractus ex numero C, produci numerum A, & etiã numerus A, subtractus ex numero C, producit numerum B. Exempli gratia, quia numerus 12 additus numero 14, producit numerum 26: etiam numerus 12 subtractus ex numero 26, producit numerum 14: & numerus 14, subtractus ex numero 26, producit numerum 12. Præterea qualescunq; sint numeri B & C, eo ipso quod numerus B, subtractus ex numero C, producat numerum A; etiam numerus A, additus numero B, producit numerum C. Exempli gratia, quia numerus 12, sublatus ex numero 26, producit numerum 14; etiam numerus 14, additus numero 12, producit numerum 26.

Pari modo legitimum multiplicationis examen, habetur à diuisione, & vicissim diuisionis examen, subministrat multiplicatio. Etenim qualescunq; sint numeri A & B, si numerus A ductus in numerum B, producit numerum C, etiam numerus C, diuisus per numerum B, producit numerum A; & insuper numerus C, diuisus per numerum A, producit numerum B. Exempli gratia, quia numerus 7, ductus in numerum 4, producit numerum 28; etiam numerus 28, diuisus per numerum 4, producit numerum 7;

F 2

& in-

& insuper numerus 28, diuisus per numerum 7, producit numerum 4. Rursus qualescunque sint numeri B & C, eo ipso quod numerus C, diuisus per numerum B, producit numerum A: etiam numerus A ductus in numerum B, producit numerum C. Exempli gratia, quia numerus 28 diuisus per numerum 4, producit numerum 7: etiam numerus 7 ductus in numerum 4, producit numerum 28.

Dubium esse posset circa examen diuisionis, quando productum constat ex numero integro, & fracto, vt accidere potest in diuisione integrorum numerorum. Exempli gratia productum ex numero 25, diuiso per numerum 7, producit $3\frac{4}{7}$, qui est numerus compositus ex integro, & fracto, & haecenus non egimus nisi de multiplicatione integrorum numerorum. Vt hoc vel simili casu diuisio examinari possit mediante multiplicatione, notare sufficit, quod si integer numerus productus ex diuisione, ducatur in diuisorem, atque huic productio addatur numerus scriptus supra lineolam, habebitur numerus circa quem est instituta diuisio. Exempli gratia, quia numerus 25; diuisus per numerum 7 producit numerum $3\frac{4}{7}$: etiam numerus 3 ductus in numerum 7, additus numero 4, producit numerum 25: nam numerus 3, ductus in numerum 7, dat numerum 21: cui addendo numerum 4, scriptum supra lineolam, habetur numerus 25.

CAPVT VI.

Proponuntur aliqua, pro operationibus Arithmeticis instituendis circa numeros vulgares fractos.

EXpositis operationibus Arithmeticis, quæ instituuntur circa integros numeros vulgares: venio ad alteram partem Arithmeticae vulgaris, quæ docet easdem operationes instituere circa numeros, qui dicuntur fracti; in quem finem, imprimis nobis exponendum est, quomodo à prioribus discrepent posteriores. Numerus dicitur qui numerat, siue indicat vnitates, vnam scilicet, vel plures: etenim à nobis non minus appellatur numerus, quod vnicam vnitatem indicat: quam quod indicat plures vnitates. Præterea vox vnitas, ita intelligenda est, vt significet idem, quod significat vox vnum, siue indiuiduum. Iam verò vnitas considerari potest vt genus est, siue illud præcisè quod dicitur vnum, hoc est indiui.

Caput VI. De fractis numeris. 45

diuiduum consideratum præcisè ut indiuiduum est : atque hæc vnitas, appellatur vnitas generica, siue indiuiduum genericum. Vnitas generica restricta, dicitur vnitas specifica : etenim vnitas generica non subdiuiditur in diuersa vnitatum genera, sed tantum diuiditur in diuersas species vnitatum : atque generica vnitas, est aliquid idem in singulis vnitatibus specificis ; sicut animal, est aliquid idem, in singulis animalium speciebus ; hinc vnitas generica est eadem in binario, ternario, quaternario, vnitate totali, vnitate partiali, licet singulæ illæ vnitates specie differant inter se ; singulæ enim sunt vnitates genericæ diuersimodè restrictæ : ipsa verò vnitas generica restricta, dicitur vnitas specifica : atque vnitas generica pluries eodem modo restricta constituit plures eiusdem speciei vnitates : ipsa vnitas generica pluries, sed diuersimodè restricta, constituit plures diuersæ speciei vnitates. Exempli gratia, vnitas hominum, siue vnus homo : est vnitas specie diuersa, ab vnitate Leonis, siue ab vno Leone ; ex quo fit, quod vnus homo plus vno Leone, neque faciat duos homines, neque duos Leones. Similiter, vnitas hominum alborum, siue vnus homo albus : specie differt ab vnitate hominum nigrorum, siue ab vno homine nigro ; ex quo fit, quod vnus homo albus plus vno homine nigro, neque faciat duos homines albos, neque duos homines nigros. Rursus, vnitas diuisa per quatuor, specie differt ab vnitate diuisa per tria ; ex quo fit, quod vnitas diuisa per quatuor plus vnitate diuisa per tria, neque constituat duas vnitates diuisas per quatuor, neque duas vnitates diuisas per tria. Denique vniuersaliter vnitas generica diuersimodè restricta, atque contracta ad vnitates plus quam numero inter se differentes, constituit vnitates specificas diuersæ speciei. Ex quo satis patet, quid sint vnitates eiusdem, vel diuersæ speciei ; quodque duæ vnitates erunt eiusdem speciei, si non differant quo ad restrictionem, sed solo numero ab inuicem discrepent ; & quod duæ vnitates erunt diuersæ speciei, si differant quo ad restrictionem, atque magis quam numero ab inuicem discrepent. Differentiæ restringentes vnitatem genericam, atque illam contrahentes ad specificas vnitates vulgares : vel sunt restrictiones dependentes à diuisione, vel non dependentes à diuisione. Priores, compendiata scriptione indicat vulgaris Arithmetica, in qua, posteriores, vel productiori scriptione indicantur, vel habentur ex hypothese : à qua, exempli gratia, dependet quod vnitas simplex, vnus, vel alterius speciei vnitates repræsentet : neque aliunde quam ex hypothese potest cognosci, cuius speciei vnitatem significet vnitas simplex ; hæc enim quantum est ex se, planè indifferens est, ad significandam cuiuslibet speciei vnitatem. Restrictio depen-

dependens à diuisione, compendiate indicatur per genitores talis diuisionis; sic quando dicitur vnitas diuisa per quatuor; exprimitur numerus habens restrictionem dependentem à diuisione, in qua superior genitor est vnum, inferior genitor est quatuor. Similiter quando dicitur, vnitas diuisa per tria; exprimitur numerus habens restrictionem dependentem à diuisione, in qua superior genitor est vnum, inferior genitor est tria. Pari modo quando dicitur, quatuor diuisum per duodecim: exprimitur numerus habens restrictionem dependentem à diuisione, cuius superior genitor est quatuor, inferior genitor est duodecim. Iam verò vulgaris numerus fractus dici potest numerus vulgaris habens restrictionem dependentem à diuisione. Vulgaris fracti numeri numerator, dicitur, superior genitor illius diuisionis à qua numerus fractus restrictionem habet. Vulgaris fracti numeri denominator, appellatur, inferior genitor illius diuisionis à qua numerus fractus restrictionem habet. Ex his constat quid sint vulgares fracti numeri, & quid intelligatur per numeratorem, aut denominatorem vulgaris fracti numeri. Vt vulgaris Arithmetica fractum numerum repræsentet compendiate scriptione: interposita lineola numeratori subscribit denominatorem. Exempli gratia, numeri A, B, C, D, singuli compendiate scriptione exhibent fractum numerum vulgarem; numerus A legitur vna quarta pars: vel vnum diuisum per quatuor: vel vna quaternarij vnitas; tribus istis diuersis modis legendi fractum numerum, nihil diuersum, sed idem planè significatur; primus magis vsitatus est in vulgari Arithmetica; secundus vsitator est in nostra logistica; quodque primus à secundo non differat quo ad significationem, etiam apud eos, qui tradunt vulgarem Arithmetica: satis patet, ex prima diuisionis praxi proposita cap. 5. quæ apud vulgaris Arith-

A $\frac{1}{4}$ metica expositores maximè vsitata est, & subsistere non posset, si duo priores modi legendi fractum numerum non significarent idem. De tertio modo legendi fractum vulgarem numerum paulo post recurrent aliqua. Numerus B, legitur, vna tertia pars: vel vnum diuisum per tria: vel vna ternarij vnitas. Numerus C, legitur, quatuor duodecimæ partes: vel quatuor diuisum per duodecim: vel quatuor duodenarij vnitates. Numerus E, legitur, quatuor primæ partes: vel quatuor diuisum per vnum; vel quatuor integræ vnitates. Ex his satis patet quomodo legi possint quouis alij numeri vulgares fracti. Circa modum legendi numerum fractum E, aduertendum est, quod pars prima vnitis ita debeat intelligi, vt idem significet, ac integra vnitas: ex quo

ex quo fit , quod quatuor partes primæ unitatis , non sint aliquid diuersum , à quatuor integris unitatibus : & similiter, quatuor diuisum per vnum , non differat ab integro numero quatuor : ex quo vterius sequitur , nullum numerum habentem pro denominatore unitatem vulgarem, significare aliquid diuersum, ab eo , quod significatur per solum numeratorem ; adeo vt numeri E, & F, diuersa scriptione idem significant : idemque planè significetur , dicendo quatuor primæ partes , vel quatuor diuisum per vnum , vel quatuor integræ unitates , vel quatuor ; immo hinc fit , quod integri numeri vulgares omnes censeantur pro denominatore habere unitatem vulgarem ; quem tamen denominatorem , vel exprimere , vel negligere, liberum est: quandoquidem per hoc non varietur numeri significatio : & nisi in hac parte mecum conuenirent scriptores vulgaris Arithmeticæ , statuere non possent , inter se specie conuenire numeros vulgares , qui conueniunt quo ad denominatorem : illos verò specie differre , qui differunt quo ad denominatorem ; etenim numeros E, & F, hoc est quatuor primæ partes , & quatuor, etiam iuxta ipsos , sunt numeri eiusdem speciei : & tamen non conuenirent quo ad denominatorem , si integer numerus F, siue quatuor , non intelligatur pro denominatore habere unitatem simplicem , quæ est denominator numeri E. Si quæras, quare in vulgaribus numeris numerorum inæqualitas non cau et diuersitatem specificam , & tamen denominatorum inæqualitas causet diuersitatem specificam , inter duos vulgares numeros : atque exempli gratia vnum diuisum per quatuor , & vnum diuisum per tria , sint numeri diuersæ speciei : & tamen vnum diuisum per quatuor ; & tria diuisum per quatuor, sint numeri eiusdem speciei : licet priores duo quo ad denominatores non magis differant, quam posteriores differant quo ad numeratores . Respondeo vnum diuisum per quatuor , significare vnā quaternarij unitatem , vel vnā quartam partem : & vnum diuisum per tria , significare vnā ternarij unitatem , siue vnā tertiam partem: quandoquidem igitur quaternarij , & ternarij unitates , sint unitates diuersimodè restrictæ , atque inter se plus quam numero differentes : ex ijs quæ paulò ante dicta sunt de numeris specie differentibus , manifestum est, prædictos duos numeros inter se specie differre . Verum vnum diuisum per quatuor , significat vnā quaternarij unitatem , vel vnā quartam partem : atque tria diuisum per quatuor significat tres quaternarij unitates , siue tres quartas partes: ex quo patet duos istos numeros significare unitates eodem modo restrictas , atque inter se solo numero diuersas: & consequenter duos istos numeros non differre specie . Ex hac responsione videtur satis mani-

manifestum, quare in numeris vulgaribus sola inæqualitas numeratorum non causet diuersitatem specificam, & tamen sola inæqualitas denominatorum causet diuersitatem specificam; dixi sola inæqualitas numeratorum: etenim, si duorum vulgarium numerorum numeratores, non tantum inæquales sint, sed amplius inter se differant: etiam numeri specie differret, licet habeant eosdem denominatores. Exempli gratia vnitas ternarij diuisa per quatuor, specie differt, ab vnitate binarij diuisa per quatuor: vt satis patet ex paulò antè dictis de numeris specie differentibus: & tamen duo isti numeri eundem denominatorem habent. Idem verum erit de vna libra diuisa per quatuor vncias, & de vna vncia diuisa per quatuor vncias; quis tamen negare potest, eiusmodi numeros vulgares esse, vel à vulgari Arithmetica considerari. Hinc colliges, quod quando vulgaris Arithmetica expositores statuunt, specie conuenire numeros vulgares, qui conueniunt quo ad denominatorem: atque specie differre numeros vulgares, qui differunt quo ad denominatorem: id intelligendum esse; de numeris vulgaribus expressis compendiata scriptione apud ipsos vsitata, atque insuper adhibita in eadem hypothese: siue de numeris compendiate repræsentatis per solas vulgares vnitates simplices, atque supposito quod vnitas simplex semper idem significet. Denique vt intelligatur, singulos modos legendi fractos numeros paulò ante propositos idem significare, sufficit intelligere, numeros, repræsentatos productioni scriptione, quorum numerorum notitia, supponitur ab ijs qui vulgarem practicam Arithmetican tradunt, & vix, aut ne vix quidem declaratur, ab illis, qui tradunt Arithmetica vulgaris practica, speculatiua fundamenta; qua de re plura inuenies in postrema parte huius opusculi.

Numerus fractus, & fractio, idem significant: fractionis termini dicuntur, numerator, & denominator fractionis; hinc fractio, siue fractus numerus, minoribus terminis constare dicitur, quo fractio habet minorem numeratorem, & denominatorem,

Dux fractiones dicuntur æquales inter se, quæ æquales numeros significant. Exempli Gratia fractiones A & B, sunt fractiones æquales: quia significant numeros æquales: vt satis patet ex ijs, quæ paulò ante diximus de significatione fractionum.

Numerus vulgaris erit simplex, si vnicum habeat denominatorem; erit compositus, si duos, aut plures denominatores habeat. Exempli gratia numeri 4, item 120, item $\frac{4}{8}$, item $\frac{10}{2}$, singuli simplices sunt; verum numerus 12 est compositus.

Duo numeri vulgares erunt eiusdem speciei, si non differant quo ad de-

Caput VI. De fractis numeris. 49

ad denominatorem, & insuper, ex vi hypothese, unitates simplices à numeris indicatæ, non differant. Duo numeri vulgares erunt diuersæ speciei: si differant quo ad denominatorem, vel unitates simplices à numeris indicatæ, ex vi hypothese, differant inter se.

Mensura numeri A, dicitur quilibet numerus integer B, qui semel, vel sæpius sumptus; potest æquari numero A. Exempli gratia numeri 24, mensura est numerus 6: quia numerus 6 quater sumptus, æquatur numero 24: similiter numeri 24, mensura est 8: quia numerus 8 ter sumptus æquatur numero 24. Pari modo numeri 24, mensuræ sunt numeri 12, 8, 6, 3, 1, 24: etenim numero 24, æquatur numerus 12 bis sumptus id est numerus 6, quater sumptus, item numerus 3, octies sumptus; item numerus 1 vigies quater sumptus; item numerus 24, semel sumptus. Verum numeri 24, mensura non est numerus 5: quia quinquies sumptus est maior quam 24: minus quam quinquies sumptus est minor quam 24. Similiter numeri 24, mensura non est numerus 7: qui quater sumptus est maior quam numerus 24; minus quam quater sumptus est minor quam numerus 24.

Mensura duobus numeris A & C communis, est quivis numerus, qui tam numeri A quam numeri C mensura est. Exempli gratia numerorum 24 & 20, communis mensura est numerus 4: quia sexies sumptus æquatur numero 24: & etiam quinquies sumptus æquatur numero 20.

Duorum numerorum maxima communis mensura, dicitur, numerus, quo non datur maior, qui sit communis mensura, Exempli gratia numerorum 24, & 16, maxima communis mensura est numerus 8: quia numerus 8 est mensura communis numerorum 24, & 16: & non datur numerus maior, qui sit communis mensura: licet dentur alij numeri minores, qui singuli sint communis mensura numerorum 24 & 16: tales enim sunt 4, 2, 1. Similiter numerorum 24 & 19, maxima communis mensura est numerus 1: etenim numerus 1, est mensura communis numerorum 24 & 19: et non datur alius: numerus maior qui sit communis mensura utriusque illius numeri.

*Problemata utilia pro operationibus Arithmetis, quæ
instituantur circa fractos numeros vulgares.*

Singula problemata quæ hic proponuntur, vlitata sunt apud expositores vulgaris Arithmetice practice: licet enim singula non sint planè necessaria pro operationibus instituendis circa fractos numeros

G

meros

meros vulgares : tamen maxime vtilia sunt , pro vulgari Arithmetica practica .

Problema I.

Inuenire maximam communem mensuram, propositorum duorum numerorum A & B, qui singuli sint numeri vulgaris integri.

Maiorem numerum A, diuidendo per minorem B, inueniatur huius diuisionis residuum C. Rursus præcedentis diuisionis diuisorem B, diuidendo per residuum C inueniatur nouum residuum D. Rursus præcedentis diuisionis : diuisorem C, diuidendo per residuum D, inueniatur nouum residuum E; atque hoc ordine continuentur diuisiones, donec pro residuo inueniatur 0, siue nihil; vltimæ huius diuisionis diuisor erit maxima communis mensura quæsitæ. Exempli gratia, propositi sint numeri 20 & 12, quorum maxima communis mensura inuenienda sit. Primo, 20 diuidendo per 12, habetur residuum 8. Rursus 12 diuidendo per 8; habetur residuum 4. Rursus, 8 diuidendo per 4, habetur residuum 0; itaque numerorum 20 & 12, maxima communis mensura est 4. Similiter propositi sint numeri 32 & 16, quorum maxima communis mensura inuenienda sit; 32 diuidendo per 16, habetur pro residuo 0; itaque numerorum 32 & 16, maxima communis mensura est 16.

Problema II.

Propositum fractum numerum vulgarem reducere ad minimos terminos.

Primo per primū problema, inueniatur maxima cōmunis mēsurā conueniens numeratori, & denominatori propositæ fractionis. Deinde propositæ fractionis numerator, diuisus per inuentā maximā mensurā communem, producet nouum numeratorem; & etiam propositæ fractionis denominator, diuisus per inuentā maximā mensurā communem, producet nouum denominatorem. Deniq; nouus numerator, cum nouo denominatore, constituet fractionem quæsitam,

Caput VI. De fractis numeris 51

tam. Exempli gratia, proposita fractio sit $\frac{12}{20}$, numeratori 12, & denominatori 20 conueniens maxima communis mensura, est 4: deinde 12 diuisum per 4 producit nouum numeratorem 3; & 20 diuisum per 4 producit nouum denominatorem 5: adeoque inuenta fractio erit $\frac{3}{5}$: quæ fractio æquualet propositæ fractioni $\frac{12}{20}$: neque possibilis est vlla fractio quæ æquualet propositæ fractioni, & constet minoribus terminis quam inuenta fractio.

Problema III.

Propositos duos fractos numeros vulgares reducere ad communem denominatorem.

Primo, numerator primæ fractionis propositæ, ductus in denominatorem secundæ fractionis propositæ, dabit primum numeratorem nouum; deinde, secundæ fractionis propositæ numerator, ductus in denominatorem primæ fractionis propositæ, dabit secundum numeratorem nouum. Tertio primæ fractionis propositæ denominator, ductus in denominatorem secundæ fractionis propositæ, dabit nouum denominatorem communem. Denique primus numerator nouus, cum inuento communi denominatore, constituet nouam fractionem, æquualet primæ fractioni propositæ; & secundus numerator nouus, cum inuento communi denominatore, constituet nouam fractionem æquualet secundæ fractioni propositæ: atque adeo habebuntur duæ nouæ fractiones, habentes communem denominatorem, atque æquualetes propositis duabus fractionibus. Exempli gratia proposita prima fractio sit $\frac{2}{5}$, secunda fractio proposita sit $\frac{4}{3}$. Quoniam 2 ductum in 3, dat 6: primus numerator nouus erit 6. Et quia 4 ductum in 5, dat 20: secundus numerator nouus erit 20. Præterea cum 3 ductum in 5, dat 15: communis denominator erit 15. Denique prima noua fractio erit $\frac{6}{15}$; secunda noua fractio erit $\frac{20}{15}$; atque nouæ duæ fractiones exhibebunt propositas duas fractiones, reductas ad communem denominatorem.

Problema IV.

Propositum fractum numerum vulgarem, reducere ad alium fractum numerum, habentem datum denominatorem, in casu in quo id fieri potest.

Propositæ fractionis numerator, ductus in datum denominatorem, producet aliquem numerum, qui diuisus per denominatorem propositæ fractionis, dabit nouum numeratorem: nouus numerator cum dato denominatore, constituet quæsitam fractionem. Exempli gratia, proposita fractio sit $\frac{4}{6}$: datus denominator sit 3. Quoniam, 4 ductum in 3, dat 12: & insuper 12 diuisum per 3, dat 4: nouus numerator erit 4: & noua fractio erit $\frac{4}{3}$; quæ habet datum denominatorem 3, & etiam æquiualeat propositæ fractioni.

Si fieri non possit quod præscribitur pro solutione problematis, casus propositus censetur impossibilis. Exempli Gratia, proposita fractio sit $\frac{4}{6}$: datus denominator sit 5; hoc casu, 4 ductum in 5 dat 20: sed 20 diuisum per 6, non dat integrum numerum: adeoque fieri non potest quod præscribitur in solutione problematis; quare casus propositus censetur impossibilis, & proposita fractio $\frac{4}{6}$, non potest reduci ad aliam fractionem, quæ habeat denominatorem 5.

CAPVT VII.

De operationibus Arithmeticis, quæ instituuntur circa fractos numeros vulgares.

Supposita intelligentia eorum quæ præcedenti capite dicta sunt de numeris vulgaribus fractis: & notitia operationum Arithmeticarum, quæ instituuntur circa integros vulgares numeros; breuiter propono, quomodo Arithmetica operationes absoluantur, quando ex datis pro operatione numeris, aliquis fractus sit, atque vulgaris; operationum singularum definitiones non repe-

Caput VII. De fractis numeris. 53

repeto, quandoquidem illæ à nobis propositæ sint in præcedentibus capitibus. Præterea vnico capite complector operationes omnes, quæ circa vulgares fractos numeros instituuntur: faciles enim sunt, neque in ipsis superest specialis difficultas, præsupposita notitia eorum quæ hæcenus tradidimus. Obseruandum hic est, quod nusquam expresse agamus de operationibus vulgaris Arithmeticæ, in casu, in quo aliquis ex datis numeris est compositus, ex integro & fracto, aut diuersis fractis numeris: quandoquidem tali casu, compositus numerus prius reduci possit ad alium æquiualem non compositum: atque ad hoc abunde sufficiant pauca superioris capituli problemata.

De Additione numerorum fractionum vulgarium.

VT inueniatur productum, quod oritur ex Additione duorum, aut plurium numerorum vulgarium, quorum aliquis sit fractus numerus. Primo si singuli numeri dati non habeant communem denominatorem, per problema 3. capitis 6. reducantur ad alios numeros, habentes communem denominatorem. Quo facto, numeratores simul additi dabunt nouum numeratorem qui cum communi denominatore, constituet fractum numerum productum ex proposita additione.

Exempli Gratia, si fractus numerus $\frac{4}{7}$, addendus sit alteri fracto numero $\frac{3}{5}$: hi numeri, per problema 3. capitis 6. reducti ad alios, habentes communem denominatorem, erunt $\frac{20}{35}$ & $\frac{21}{35}$: numeratores 20 atque 21 simul additi, producant 41: quare numerus productus, ex proposita additione erit $\frac{41}{35}$: adeoque verum erit quod $\frac{4}{7}$ plus $\frac{3}{5}$ producant $\frac{41}{35}$: Similiter si integer numerus 4, addendus sit fracto numero $\frac{3}{5}$: hi numeri per problema 3 capitis 6 reducti ad alios, habentes communem denominatorem erunt $\frac{20}{5}$ & $\frac{3}{5}$: numeratores 20 & 3 simul additi, producant 23: quare numerus productus ex proposita additione erit $\frac{23}{5}$: atque adeo verum erit, quod 4 plus $\frac{3}{5}$, producat $\frac{23}{5}$.

Non erit inutile hic reflectere, quod pro additione numerorum integrorum vulgarium, præcisè requiratur, atque sufficiat, additio numeratorum manente eodem denominatore: quod verum est, quia omnes numeri vulgares integri, eundem habent denominatorem. Similiter, quoties fracti numeri habent eundem, siue communem denominatorem: pro illorum additione, præcisè requiratur, & sufficit, additio numeratorum, manente eodem denominatore. Si
verò

Verò fracti numeri habeant diuersum denominatorem, tunc prius per problema 3. capitis 6. reducendi sunt ad alios numeros, prioribus æquivalentes, qui habeant eundem, siue communem denominatorem; hæc reductio ad communem denominatorem necessaria est, ut haberi possit simplex numerus, æquivalens datis duobus numeris: simplex enim numerus non nisi vnius speciei unitates indicat, & per vnius speciei unitates, Exempli Gratia (in moneta Romana, in qua vnum scutum, æquiualeat 10 Iulijs) per Iuliorum unitates, exprimi non potest numerus, qui indicet aggregatum ex quatuor scutis & 5 iulijs: nisi prius 4 scuta reducantur ad iulios: quandoquidem 4 scuta plus 5 iulijs, non constituent summam æquivalentem 9 iulijs; quia tamen 4 scuta, æquivalent 40 iulijs: adeoque 4 scuta reducta ad iulios constituunt 40 iulios: etiam 4 scuta plus 5 iulijs, producant 45 iulios: eritque verum, quod aggregatum ex 4 scutis & 5 iulijs, æquetur, siue æquiualeat, 45 iulijs: & simplex numerus 45 iuliorum, indicabit aliquid æquiualens aggregato ex 4 scutis & 5 iulijs.

De Subtractione numerorum fractionum vulgarium.

VT inueniatur productum quod oritur ex Subtractione, in qua minor numerus, aufertur ex maiori numero, quando uterque vulgaris est, atque vnus ex illis duobus numeris est fractus. Primo, si singuli dati numeri non habeant communem denominatorem, prius per problema 3. capitis 6. reducantur ad alios numeros, habentes communem denominatorem. Quo facto, numerator noui inferioris numeri, subtractus ex numeratore noui superioris numeri, dabit nouum numeratorem: qui cum communi denominatore constituet productum propositæ subtractionis.

Exempli Gratia, numerus $\frac{4}{7}$: subtrahendus sit ex numero $\frac{3}{5}$: hos numeros reducendo ad alios, qui communem denominatorem habeant: pro dato superiori numero $\frac{3}{5}$, habebitur nouus superior numerus $\frac{21}{35}$: & pro dato inferiori numero $\frac{4}{7}$, habebitur nouus inferior numerus $\frac{20}{35}$. Deinde noui atque inferioris numeri, numerator 20, subtractus, ex noui atque superioris numeri numeratore 21, producit 1; quare numerus productus ex proposita subtractione, erit $\frac{1}{35}$: adeoque verum erit, quod $\frac{4}{7}$ minus $\frac{3}{5}$, producant $\frac{1}{35}$. Similiter, si ex integro numero 4, subtrahi debeat fractus numerus $\frac{3}{5}$; hos numeros reducendo ad alios, qui communem denominatorem habeant: pro dato superiori numero 4, habebitur nouus superior numerus $\frac{20}{5}$: & pro dato inferiori numero $\frac{3}{5}$, habebitur idem numerus

infe-

Caput VII. De fractis numeris 55

inferior, nimirum numerus 3. Deinde noui, atque inferioris numeri, numerator 3: subtractus ex noui, atque superioris numeri numeratore 20: producit 17; quare, numerus productus ex proposita subtractione, erit 17.

Quemadmodum paulo ante circa additionem, ita hic circa subtractionem utile erit reflectere: quod pro subtractione numerorum integrorum vulgarium, præcisè requiratur, atque sufficiat subtractio numeratorum, manente eodem, siue communi denominatore, qui in omnibus integris numeris est unitas; & similiter pro subtractione numerorum fractionum vulgarium, præcisè requiratur, & sufficit, subtractio numeratorum, manente communi denominatore: quoties dati numeri fracti habent communem denominatorem. Quoties verò dati fracti numeri non habent denominatorem communem, prius per problema 3 cap. 6 reducendi sunt ad alios numeros prioribus æquivalentes, qui habeant denominatorem communem: quandoquidem vulgaris Arithmetica non tradat praxim in qua immediatè subtrahatur numerus aliquis vnus speciei ex alterius speciei numero.

De Multiplicatione numerorum fractionum vulgarium.

VT inueniatur productum, quod oritur ex multiplicatione duorum numerorum, quando vterque ex illis numeris vulgaris est, atque ex duobus, saltem vnus est fractus. Primo numeratores datorum numerorum multiplicati, dant nouum numeratorem: & etiam denominatores multiplicati dant nouum denominatorem; denique nouus numerator cum nouo denominatore, constituit productum ex proposita multiplicatione.

Exempli Gratia, numerus $\frac{4}{7}$ ducendus sit in numerum $\frac{3}{5}$; numerator 4 ductus in numeratorem 3, dabit nouum numeratorem 12: & etiam denominator 7, ductus in denominatorem 5, dabit nouum denominatorem 35; quare numerus $\frac{12}{35}$ erit productum propositæ multiplicationis; adeoque verum erit, quod numerus $\frac{4}{7}$ ductus in numerum $\frac{3}{5}$, producat $\frac{12}{35}$. Similiter, si integer numerus 4 ducendus sit in integrum numerum $\frac{3}{5}$, numerator integri numeri propositi, qui est 4, ductus in numeratorem fracti numeri qui est 3, dabit nouum numeratorem 12: & propositi integri numeri denominator, qui est 1, ductus in propositi fracti numeri denominatorem, qui est 5, dabit nouum denominatorem 5: adeoque productum ex proposita

sita multiplicatione, erit numerus $\frac{1}{3}$; quare verum erit, quod numerus 4 ductus in numerum $\frac{1}{3}$, producat $\frac{4}{3}$.

Ad pleniorē propositæ multiplicationis intelligentiam, utile erit reflectere ad definitionem multiplicationis omnibus vulgaribus numeris communem, quam definitionem habes capite 4. vbi etiam monuimus; pro multiplicatione nihil referre, an dati numeri sint eiusdem, vel diuersæ speciei; quæ causa est, quod pro tradita hic multiplicatione, non requiratur problema 3. capitis 6. additioni atque subtractioni inseruiens.

De Diuisione numerorum fractionum vulgarium.

VT inueniatur productum ex diuisione duorum numerorum vulgarium, quorum aliquis sit fractus numerus. Primo assumatur nouus numerus, qui pro numeratore habeat denominatorem diuisoris dati, atque pro denominatore habeat numeratorem diuisoris dati: siue, quod idem est, diuisor inuertatur. Deinde inueniatur productum ex numero diuidendo ducto in nouum atque assumptum numerum; sic enim habebis productum propositæ diuisionis.

Exempli Gratia, numerus 4 diuidendus sit, per numerum $\frac{1}{3}$. Primo numerus assumendus erit $\frac{1}{3}$; deinde quia productum ex numero 4 ducto in $\frac{1}{3}$, est numerus $\frac{4}{3}$; etiam productum propositæ diuisionis, erit $\frac{4}{3}$: atque adeo verum erit, quod numerus $\frac{4}{3}$ diuisus per numerum $\frac{1}{3}$, producat $\frac{4}{3}$. Similiter, si integer numerus 4 diuidendus sit per $\frac{1}{3}$: numerus assumendus erit $\frac{1}{3}$; deinde quia productum ex numero 4 ducto in $\frac{1}{3}$ est numerus $\frac{4}{3}$; etiam productum propositæ diuisionis, erit $\frac{4}{3}$: adeoque verum erit, quod 4 diuisum per $\frac{1}{3}$, producat $\frac{4}{3}$. Pari modo si numerus $\frac{1}{3}$ diuidendus sit per numerum 4: numerus assumendus erit $\frac{1}{4}$; & productum ex numero $\frac{1}{3}$ ducto in $\frac{1}{4}$, producit $\frac{1}{12}$; quare numerus $\frac{1}{3}$ diuisus per numerum 4, producit $\frac{1}{12}$.

Præcedentes praxes additionis, subtractionis, & multiplicationis, numerorum vulgarium fractionum, satis immediatè patent ex ipsis definitionibus: praxis hic allata pro diuisione, non immediatè patet ex diuisionis definitione; immo satis difficilis est, sed tamen non difficulter deducitur ex ijs, quæ idea Logistica demonstrata sunt, ex quibus breuiter, sed Logistico discursu demonstratam exhibeo prædictam praxim.

Qua-

Cap: VII. De fractis numeris 57

Qualescunque numeros repræsentent litteræ A, B, C, D,

Dico $\frac{A}{B}$ per $\frac{C}{D} = \frac{A}{B}$ in $\frac{D}{C}$.

Constructio. Littera E, repræsentet productum ex $\frac{A}{B}$ per $\frac{C}{D}$.

Demonstratio. Per constructionem $\frac{A}{B}$ per $\frac{C}{D} = E$; ergo ex conceptu diuisionis exposito præcedenti capite 5. etiam $\frac{C}{D}$ in $E = \frac{A}{B}$; sed per theor. 1. partis 4. Ideæ Logisticæ, $\frac{A}{B} = \frac{A}{B}$ in $\frac{1}{1}$; ergo $\frac{C}{D}$ in $E = \frac{A}{B}$ in $\frac{1}{1}$; ergo, per axioma 3. partis 4, Ideæ Logisticæ; $\frac{C}{D}$ ad $\frac{1}{1} = \frac{A}{B}$ ad E : sed, per theor. 21. partis 4. Ideæ Logisticæ; $\frac{C}{D}$ ad $\frac{1}{1} = C$ ad D : ergo, $\frac{A}{B}$ ad $E = C$ ad D : atqui, per coroll: theor: 4. part. 4. Ideæ Logisticæ etiā $\frac{C}{C}$ ad $\frac{D}{C} = C$ ad D : ergo, $\frac{A}{B}$ ad $E = \frac{C}{C}$ ad $\frac{D}{C}$: ergo, per axioma 3 partis 4. Ideæ Logisticæ, E in $\frac{C}{C} = \frac{A}{B}$ in $\frac{D}{C}$: sed, per theor. 1. partis 4. Ideæ Logisticæ, E in $\frac{C}{C} = E$: ergo $E = \frac{A}{B}$ in $\frac{D}{C}$: atqui per constructionem, etiam $\frac{A}{B}$ per $\frac{C}{D} = E$: ergo $\frac{A}{B}$ per $\frac{C}{D} = \frac{A}{B}$ in $\frac{D}{C}$. Quod erat demonstrandum.

C A P V T VIII.

De Regula aurea.

Regula quam hic proponimus, ab expositoribus practica, atque vulgaris Arithmetica, appellatur aurea: propter eximios, & maximè utiles usus quos habet; aliter etiam appellatur regula trium; vel regula proportionum; quia ex tribus datis numeris, docet inuenire quartum proportionalem.

Exempli grati, supposito quod dati, siue propositi sint tres numeri, quorum primus sit A, secundus B, tertius C, docet regula aurea inuenire quartum numerum D, ita ut numerus tertius C, ad quartum numerum

H

D, ha-

D, habeat eandem proportionem, quam habet primus numerus *A*, ad secundum numerum *B*. Vbi aduertendum, quod si productum ex primo numero *A*, ducto in quartum numerum *D*, sit aequale producto ex secundo numero *B*, ducto in tertium numerum *C*; etiam tertius numerus *C*, ad quartum numerum *D*, habebit eandem proportionem quam primus numerus *A*, habet ad secundum numerum *B*. Verum si productum ex primo numero *A*, ducto in quartum numerum *D*, non sit aequale producto ex secundo numero *B*, ducto in tertium numerum *C*; tunc tertius numerus *C*, ad quartum numerum *D*, non habebit eandem proportionem quam primus numerus *A*, habet ad secundum numerum *B*, quod hic norasse satis erit, pro sufficiente intelligentia, & usu regulæ aureæ quam proponimus; siquidem ex allata productorum æqualitate infallibiliter inferatur proportionum identitas, siue æqualitas, quæ per regulam auream inquiritur. Exponere quid sit duas proportionem esse easdem, siue æquales difficile est, & legitime exponi non potest; nisi præmissa legitima definitione proportionis; quandoquidem intelligi non possit, quid sit duas proportionem inter se æuari: nisi intelligatur, quid sit proportio; iam verò ne quidem apud eos qui tractant de speculatiua Arithmetica, sufficienter declaratum inuenio quid sit illud, quod per vocem proportio intelligendum sit apud Arithmeticos: atque adeo, saltem ego non percipio, quomodo disipuli possint legitime exponere, quid sit duas proportionem esse easdem, vel æquales. Hac de re, qui plura desiderat, consulere poterit partem quartam Ideæ Logisticæ.

Vt ex datis tribus numeris, quorum primus sit *A*, secundus *B*, tertius *C*, inueniatur quartus proportionalis numerus *D*: atque ita absoluator regula aurea, de qua hic agitur. Primo, secundus numerus *B*, ducatur in tertium numerum *C*. Deindè ex hac multiplicatione inuentum productum, diuisum per primum numerum *A*, dabit quartum numerum *D*, quæsitum.

Exempli gratia, supposito quod primus numerus *A* sit 2, secundus numerus *B* sit 5, tertius numerus *C* sit 6: secundum numerum 5 ducendo in tertium numerum 6: habebitur productum 30: quod productum diuidendo per primum numerum 2, habebitur numerus 15: qui erit quartus proportionalis quæsitus, siue inueniendus per regulam auream; eritque verum: quod tertius numerus 6, ad inuentum quartum numerum 15, habeat eandem proportionem, quam primus numerus 2, habet ad secundum numerum 5: quod verum esse, legitime inferes ex eo quod primus numerus 2, ductus in quartum numerum 15, producat 30: & etiam secundus numerus 5, ductus in tertium numerum 6, producat 30.

Præferum pro quæstionibus practicis, quæ mediante regula aurea

rea

rea soluuntur, aduertendum est: subinde non satis apparere quis ex datis, siue propositis tribus numeris, dici debeat primus, secundus, aut tertius: quod tamen necesse est, pro vlu regulæ aureæ. Vt igitur hoc cognoscatur, ex ipsa quæstione practica quæ proponitur, iuuabunt subsequentes reflexiones.

Reflexio prima. In quauis practica quæstione quæ mediante regula aurea soluitur, proponuntur tres numeri: ex quibus duo sunt eiusdem speciei, reliquus specie conuenit cum numero inueniendo. Deinde, ex datis duobus numeris qui sunt eiusdem speciei vnus habet annexam quæstionem, alter non habet annexam quæstionem. Exempli gratia, semper æquali velocitate ambulando, 3 horis conficio 7 milliaria; 12 horis quot milliaria conficiam? in proposita quæstione agitur de quatuor numeris, ex quibus tres numeri cogniti sunt, atque proponuntur in ipsa quæstione: quartus inueniendus est: atque de illo quæritur in quæstione. Præterea, ex tribus numeris datis, siue propositis in quæstione: duo indicant horas quibus iter conficitur: & sunt numeri eiusdem speciei; reliquus indicat milliaria confecta, & specie conuenit cum numero de quo quæritur. Iam vero, ex duobus eiusdem speciei numeris propositis, ac datis, vnus, 12, horas indicans, habet annexam quæstionem: quæritur enim de milliariis conficiendis 12 horis; alter, 3 horas indicans, non habet annexam quæstionem: quia non quæritur de milliariis conficiendis 3 horis; quare in proposita quæstione, numerus 3 horarum, & numerus 12 horarum, sunt numeri dati siue propositi atque eiusdem speciei: & numerus 7 milliariarum, specie conuenit cum numero de quo quæritur. Denique numerus 12 horarum, habet annexam quæstionem: & numerus 3 horarum, non habet annexam quæstionem. Idem accidit in reliquis quæstionibus quæ soluuntur mediante regula aurea.

Reflexio secunda. In quæstionibus practicis quæ soluuntur mediante regula aurea, possunt occurrere duo casus inter se diuersi. Primus casus est, quando incrementum numeri habentis annexam quæstionem, requirit incrementum numeri quæsit. Secundus casus est, quando incrementum numeri habentis annexam quæstionem requirit decrementum numeri quæsit. Ad quem ex his duobus casibus pertineat quæuis proposita quæstio per regulam auream soluenda, ex ipsius quæstionis consideratione satis commodè inferitur. Exempli gratia propositæ sint duæ quæstiones; prima sit illa quæ in præcedenti reflexione, pro exemplo proposita est. Secunda quæstio sit, 3 homines 7 diebus consumunt annonam, 12 homines quot diebus annonam consumunt? In prima quæstione,

H 2

nume-

numerus 12 horarum, est ille, qui annexam habet quaestionem: & numerus milliariorum conficiendorum est ille de quo quaeritur; quoniam vero cæteris paribus manifestum est, pluribus horis plura milliaria confici: etiam patet, quod crescente numero 12 horarum, debeat crescere numerus milliariorum conficiendorum: adeoque primam quaestionem pertinere ad primum casum. In secunda quaestione, numerus 12 hominum, habet annexam quaestionem: & numerus dierum quibus annona consumitur, est numerus de quo quaeritur; quoniam vero, cæteris paribus manifestum est, à pluribus hominibus, paucioribus diebus annonam consumi: etiam patet, quod crescente numero 12 hominum, debeat decrescere numerus dierum quibus annona consumitur; adeoque secundam quaestionem pertinere ad secundum casum.

Reflexio tertia. Ut sciatur, quis ex tribus numeris datis in aliqua practica quaestione, quæ mediante regula aurea soluitur, debeat dici primus, vel secundus, vel tertius. Primo aduertendum est, ad quem ex duobus casibus in secunda reflexione propositis pertineat quaestio; etenim si quaestio pertineat ad primum casum, primus numerus erit ille ex datis duobus eiusdem speciei numeris, qui non habet annexam quaestionem: verum si quaestio pertineat ad secundum casum, primus numerus erit ille ex datis duobus numeris eiusdem speciei, qui annexam habet quaestionem. Deinde cognito quis ex datis tribus numeris primus appelletur, liberum est, ex reliquis duobus vnum pro libitu secundum, & alterum tertium appellare. Exempli gratia, quaestio prima paulò ante proposita, pertinet ad primum casum: duo numeri eiusdem speciei, in ista quaestione propositi, sunt 3 horæ, & 12 horæ: atque ex his duobus numeris eiusdem speciei, numerus 3 horarum, non habet annexam quaestionem, qui propterea primus erit; reliqui numeri in quaestione propositi sunt 7 milliaria, & 12 horæ: eritque liberum, numerum 7 milliariorum secundum dicere, & numerum 12 horarum tertium appellare; vel certè numerum 12 horarum vocare secundum & numerum 7 hominum dicere tertium. Similiter quia secunda quaestio paulò ante proposita pertinet ad secundum casum: ex datis duobus numeris eiusdem speciei, quorù vnus, homines, alter 12 homines indicat: numerus 12 hominum annexam habens quaestionem: primus erit: & liberum est numerum 7 dierum dicere secundum, atque numerum 3 hominum vocare tertium: vel certè numerum 3 hominum secundum, & numerum 7 dierum tertium appellare.

Non ignoro apud scriptores Arithmeticae practicae vsu receptam esse, regulæ auræ distinctionem; in directam, & euersam: hanc distinctionem.

inctionem neglexi, vt inutilem pro nostra methodo; in qua regula aurea deberet dici directa, quando primus numerus hoc est numerus per quem multiplicationis productum diuidendum est, non habet annexam quaestionem; euerfa dici deberet, quando primus numerus, siue numerus per quem multiplicationis productum diuidendum est, habet annexam quaestionem; verum commodius videtur, in diuersis casibus diuersum ex tribus datis numeris primum appellando, praescribere, vt semper productum ex multiplicatione secundi, & tertij numeri, per primum diuidatur: quam pro diuersis illis casibus, subdiuidere regulam auream, in directam, & euerfam, atque pro singulis veluti diuersam solutionem asserre.

Demonstratio regulæ aureæ, immediatè patet ex theoremate 3. partis 4. ideæ logicæ, ex quo theoremate etiam constat duplex alius modus instituendi regulam auream: primus est, secundum numerum prius diuidere per primum, atque huius diuisionis productum ducere in tertium numerum. Secundus modus est, tertium numerum prius diuidere per primum, atque huius diuisionis productum ducere in secundum numerum. Verum hi duo modi subinde minus commodi sunt pro praxi; vtriusque tamen modi breue exemplum propono, supponendo ex datis tribus numeris primum esse 4: secundum esse 8: tertium esse 12; hoc posito, iuxta expositam prius regulam auream, 8 ducendo in 12 producit 96: qui numerus diuisus per 4 producit 24: adeoque quartus numerus inuentus erit 24. Iuxta primum modum hic insinuatam, numerum 8 diuidendo per 4 producit numerus 2: qui ductus in 12 producit 24: adeoque iterum numerus inuentus erit 24. Iuxta secundum modum hic insinuatam numerum 12 diuidendo per 4, producit numerus 3: qui ductus in numerum 8, producit 24: quare rursus, vt prius numerus inuentus erit 24. Ex proposito exemplo apparet: semper eundem numerum produci, siue modo prius proposito, siue aliquo ex duobus modis hic insinuatim instituatur regula aurea: idem verum esse in quibuscumque alijs numeris, praxis docere potest; quare verum sit, docet supra citatũ theorema: in quo vniuersaliter demonstratur, de quibuslibet numeris verum esse, quod hic in vno exemplo verum esse declarauimus.

Non erit inutile hic notare circa tres numeros datos pro regula aurea tres casus diuersos posse occurrere; primus est quando ex datis tribus numeris primus est vnitas simplex; secundus est quando ex datis tribus numeris secundus, vel tertius est vnitas simplex: tertius casus est quando nullus ex datis tribus numeris est vnitas simplex. In primo casu pro regula aurea nihil requiritur præter multiplicationem. In secundo casu nihil requiritur præter diuisionem. In

tertio

tertio casu requiritur multiplicatio, & diuisio. Hinc, quam verum est, regulam auream instituere, aut adhibere, nihil aliud esse, quam datis tribus numeris quartum proportionalem inuenire: tam verè dici posset, vnum numerum in alterum ducere, nihil aliud esse, quam datis tribus numeris (quorum primus sit vnitas reliqui duo sint qui proponuntur pro multiplicatione) inuenire quartum proportionalem. Similiter dici posset, vnum numerum per alterum diuidere, nihil aliud esse, quam datis tribus numeris (quorum secundus, vel tertius est vnitas, & reliqui duo sint illi qui proponuntur pro diuisione) inuenire quartum proportionalem, Ex quo tandem licebit inferre nullam praxim esse possibilem, quæ sufficiat, vt datis quibuslibet tribus numeris, inueniatur quartus proportionalis: & tamen non sufficiat ad inueniendum productum, quod per multiplicationem, aut diuisionem, oritur ex quibuslibet duobus numeris propositis.



LOGI-

63

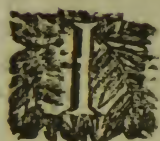
LOGISTICÆ

DERIVATIO

EX

VVLGARI ARITHMETICA.

ARGVMENTVM.



N Superiorkibus capitulis exposuimus eam partem practicā, atque vulgaris Arithmetica, quam in scribenda Logistica aliunde cognitā supposuimus; quare transeo ad alteram presentis opusculi partem: in qua nobis ostendēdum est, quomodo exposita vulgaris & practica Arithmetica, conueniat cum Arithmetica practica exposita in primo libro nostræ Logisticæ: vel certe ab illa differat; quod ut clarius atque intelligibilius proponam, præsentem materiam diuido in varias reflexiones; ut sic commodius, atque per partes ostendam: Logisticæ nostræ practicam Arithmeticam, nihil aliud esse, quam Arithmeticam vulgarem quodammodo ampliata, atque reductam ad maiorem vniuersalitatem: & propemodum singula, quæ practica nostræ Logistica propria sunt, derivari ab ijs, quæ vsu recepta inveniuntur in vulgari, practica Arithmetica, superius declarata.

REFLEXIO I.

Quemadmodum vulgaris Arithmetica, ita etiam Logistica practica, quatuor operationibus innititur: & tota consistit in vario vsu istarum operationum. Præterea, fere eadem sunt, præcipua capita, quibus continetur, tum vulgaris, tum Logisticæ nostræ Arithmetica practica.

Non nego, radicū extractionem ita considerari posse, ut constituat operationem Arithmeticā diuersam à diuisione: immo quia
hoc

hoc modo videbatur considerari ab expositoribus Arithmeticae practicae: quinque operationes Logisticas enumero capite 2. libri 1. Logistica: nolebam enim absque vlla necessitate aduersari illorum placitis, quorum doctrinam supponebam. Deinde operationum diuersitatem desumendo potius ex modo operandi, aut praescriptis requisitis pro operatione, quam ex ipsis operationum definitionibus: quinque potius, quam quatuor operationes Arithmeticae forent admittendae; verum, si ut nobis placet, ex ipsis definitionibus, de operationum Arithmeticarum diuersitate statuendum sit: admissis nostris definitionibus, dici non potest, radicis extractionem, esse operationem Arithmeticam diuersam a diuisione, qua de re consuli posset caput 8. partis secundae Ideae Logisticae: praesuppositis tamen definitionibus, a nobis propositis in quarto vel quinto capite huius opusculi. Praeterea licet radicum extractio spectet ad eam operationem, quae diuisio dicitur: atque etiam ad vulgarem, & practica Arithmetica pertineat, tamen in superioribus capitibus nusquam ago de radicum extractione: quandoquidem de illa satis fuisse egerim in appendice libri primi Logisticae: eamque non supposuerim aliunde cognitam.

Vniuersim igitur quatuor vulgaris Arithmeticae operationes inueniuntur: nimirum, Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Diuisio: in ordinato vsu istarum operationum consistit vniuersa Arithmetica practica; quippe quae aliud non docet, quam ex datis aliquibus numeris, inuenire alios numeros, qui ex datis numeris producuntur, per vnā, vel certē per plures ex quatuor enumeratis operationibus Arithmeticis. Hinc fit, quod practica Arithmetica (exposita numerorum compendiata scriptione) doceat quatuor operationes Arithmeticas: ac postea nihil tradat, nisi praecipua quae dirigunt ordinem seruandum inter diuersas operationes, quando per plures Arithmeticas operationes inueniendus est aliquis numerus; neque vsquam doceat inuenire numerum, nisi mediante vna, vel pluribus operationibus Arithmeticis: quod eodem modo verum est, siue sermo sit de vulgari Arithmetica, siue sermo sit de illa Arithmetica quae traditur in nostra Logistica. Hoc ut melius intelligatur, prodesse posset reflexio tertia, quae proponitur capite quarto partis secundae Ideae nostrae Logisticae.

Praecipua capita quibus continetur, tum vulgaris, tum etiam Logisticae nostrae Arithmetica practica: dici possunt illa quae sequuntur.

Primo, numeros compendiata, & commoda scriptione repraesentare: atque ita repraesentatos legere. Hac de re agitur capite primo

mo , & sexto huius opusculi : & etiam capite primo nostræ Logisticae .

Secundo . Operationum Arithmeticarum producta inuenire , aut repræsentare compendiatæ , & com nodæ scriptione . Hac de re , agitur capite secundo , tertio , quarto , quinto , atque septimo huius opusculi : & capite secundo nostræ Logisticae .

Tertio . Compendiatæ , sed propter aliquas circumstantias minus commoda scriptione repræsentatos numeros , reducere ad alios æquivalentes numeros , commodiori scriptione repræsentatos . Hac de re agitur in problematibus capitis sexti , & sparsim in alijs capitibus huius opusculi , præterea in singulis ferè Logisticae nostræ capitibus , quæ secundum subsequuntur , atque præcedunt octauum , aut septimum .

Quarto . Ex datis aliquibus numeris , inuenire alios , qui ex datis producantur per plures operationes Arithmeticas . Hac de re agit regula aurea proposita capite octauo huius opusculi ; & etiam caput nonum ac septimum nostræ Logisticae . Præterea , tam Arithmeticae vulgaris , quam Logisticae practicae præscripta fere omnia , quæ non pertinent ad tria capita hic prius enumerata .

R E F L E X I O II.

Vsitatum est apud Arithmeticos , considerare numeros actiuos , & passiuos ; item numeros , tum formaliter , tum materialiter sumptos . Logistica nostra , à vulgari Arithmetica , differt tantum quo ad numeros compendiatè scriptos , atque formaliter sumptos .

PRæter indiuidua nihil indicant numeri , quodque vnum , vel plura indiuidua indicat , numerus dicitur : in diuersis circumstantijs diuersimode intelligitur numerus ; subinde enim intelligitur in sensu actiuo , vt significet illud quod indicat , siue repræsentat indiuidua ; atque à nobis dicitur numerus actiuus , vel simpliciter numerus appellatur : etenim de actiuis numeris sermo est : quando oppositum non dicitur : vel per circumstantias non sufficienter insinuat . Subinde numerus intelligitur in sensu passiuo , vt significet ipsa indiuidua indicata à numero actiuo : atque à nobis dicitur numerus passiuus . Præterea numerus aliquando intelligitur in sensu formali , ita vt significet numerum consideratum , vt talis numerus est , tum quo ad vnitates per quas indicat indiuidua , tum quo ad indiuidua

uidua quæ indicat : atque à nobis dicitur numerus formaliter sumptus . Aliquando numerus intelligitur in sensu materiali , vt significet numerum in quantum plura , vel pauciora indiuidua indicat : atque à nobis dicitur numerus materialiter sumptus . Vt constet in singulis expositis sensibus adhiberi , atque intelligi numeros : non tantum in nostra Logistica , sed etiam in familiari sermone , atque adeo apud eos , qui non vtuntur nisi vulgari Arithmetica : satis erit asserre paucas loquutiones familiariter vsitatas ; ex quibus sufficienter appareant sensus à nobis enumerati . Primo supposito quod duo homines, instituendo , Exempli gratia regulam auream, singuli inueniant numerum indicantem decem aureos : rectè dicitur , singulos per regulam auream inuenisse numerum decem aureorum ; & ex ipsa loquutione satis patet , quod sermo sit de numeris quos actiuos appellauimus . Secundo, si dicatur , quod duo homines pro mercede acceperint eundem aureorum numerum , vel decem aureorum numerum : ex ipsa loquutione satis patet quod sermo sit de numeris quos passiuos diximus . Tertio, considerentur sequentes numeri ; primus sit, quatuor ternarij hominum ; secundus sit, tres quaternarij hominum ; tertius sit vigintiquatuor secundæ : quartus sit , triginta sex tertiæ : quintus sit , duodecim homines , sextus sit , duodecim equi . De istis numeris , etiam apud eos qui tradunt vulgarem Arithmetica , verificatur : quod omnes inter se specie differant : ac præterea quod omnes inter se æquales sint . Quando de prædictis sex numeris asseritur , quod omnes inter se specie differant , agitur de numeris formaliter sumptis ; etenim primus , secundus , & quintus : inter se non differunt , nisi quo ad unitates per quas indicant duodecim hominum indiuidua ; præterea , quintus , & sextus numerus , inter se non differunt , nisi quo ad ipsa indiuidua , quæ indicant : ergo quando sex isti numeri dicuntur omnes inter se specie differre ; considerantur tum quo ad unitates per quas indicant , tum etiam quo ad indiuidua , quæ indicant : atque adeo considerantur numeri formaliter sumpti . Quarto, quando prædicti sex numeri dicuntur omnes inter se æquales esse, agitur de numeris materialiter sumptis ; etenim æquales dicuntur in quantum singuli indicant æquè multa , siue duodecim indiuidua ; cui æqualitati non aduersatur ; quod duodecim indiuidua indicata à primo numero , sint homines ; quodque duodecim indiuidua indicata à tertio numero , sint unitates simplices ; item duodecim indiuidua indicata à sexto numero sint equi . Eidem æqualitati non aduersatur , quod in quinque primis numeris, per diuersas unitates indicentur duodecim indiuidua ; ex quibus patet , æqualitatem tantum

tum affirmari de istis numeris, consideratis in quantum æquè multa individua indicant: hoc est de numeris materialiter sumptis.

Hæc sufficere arbitror, ut constet, non tantum in nostra Logistica, sed etiam apud eos, qui vulgari Arithmetica utuntur, in diuersis circumstantiis, diuerso sensu intelligi numeros: eosque aliquando intelligi in sensu actiuo, aliquando in sensu passiuo, aliquando in sensu formali, aliquando in sensu materiali; ac præterea constat, quid sint numeri actiui, vel passiuui, vel formaliter, aut materialiter sumpti: neque hic videntur plura addenda circa primam partem propositæ reflexionis, in qua asseritur etiam in Vulgari Arithmetica considerari numeros, formaliter, atque materialiter sumptos; etenim manifestum est vulgaris Arithmetica terminos non excedere duas assertiones paulò ante propositas, in quarum vna asseritur sex numeros ibidem propositos specie inter se differre, in altera verò asseritur eosdem istos sex numeros inter se æquales esse: sed etiam in priori assertionem agitur de numeris formaliter sumptis, in posteriori verò agitur de numeris materialiter sumptis, ut constat ex ijs quæ paulò ante notauimus: ergo in vulgari Arithmetica subinde agitur de numeris formaliter sumptis, subinde verò agitur de numeris materialiter sumptis: atque adeo in vulgari Arithmetica considerantur numeri tum formaliter, tum etiam materialiter sumpti.

Ut constet altera pars propositæ reflexionis. primo ostendendum est, vulgarem Arithmetica, atque Logistica nostram inter se non differre, quo ad numeros passiuos, hoc est, nulla inueniri individua per Logisticos numeros indicabilia, quæ indicari non possint per numeros vulgares: pro quo in memoriam reuocandum est, quod de simplici vulgari vnitate diximus: eam scilicet ex se indifferentem esse, ad significandum quodcūque individuum; neque exco- gitari, aut fingi posse vllum individuum, quod ex vi alicuius hypothesis, indicari non possit, à simplici, atque vulgari vnitate: quoniam igitur individua indicabilia à numeris Logisticis, sunt individua: & quælibet individua indicari possint à simplicibus, atque vulgaribus vnitatibus: patet non inueniri vlla individua indicabilia à numeris Logisticis, quæ à vulgaribus atque simplicibus vnitatibus indicabilia non sint: ergo individua indicabilia à numeris Logisticis non differunt ab indiuiduis indicabilibus à numeris vulgaribus; quandoquidem igitur numeri Logistici passiuui, atque possibiles, non sint aliud, quam individua indicabilia à numeris Logisticis: & numeri vulgares passiuui possibiles non sint aliud, quam individua indicabilia à numeris vulgaribus: patet etiam numeros Logisticos pas-

suos atque possibiles, non esse diuersos, à numeris vulgaribus passiuis atque possibilibus: & consequenter vulgarem Arithmetica[m] atque Logistica[m] nostram inter se non differre, quo ad numeros passiuos.

Vulgarem Arithmetica[m], atque Logistica[m] nostram, inter se non differre, quo ad numeros materialiter sumptos: etiam satis manifestum est, ex ijs quæ diximus de numeris materialiter sumptis; etenim inter numeros materialiter sumptos, alia differentia non inuenitur, quam quod vnus, altero plura, vel pauciora indiuidua indicet: iam verò satis patet quod nullus numerus Logisticus, tam multa, vel tam pauca indiuidua indicet, vt æque multa, aut pauca indiuidua indicari non possint à numero vulgari: igitur Arithmetica vulgaris, atque Logistica nostra inter se non differunt, quo ad numeros materialiter sumptos.

Reliquum est vt ostendam, vulgarem Arithmetica[m] atque Logistica[m] nostram, inter se differre, quo ad numeros formaliter sumptos; pro quo duplex casus distinguendus est: primus casus sit, quando sermo est de numeris longiori scriptione propositis: secundus casus sit, quando sermo est de numeris representatis compendiatas illis scriptionibus, quæ in vulgari Arithmetica, vel in nostra Logistica assumuntur, atque adhibentur pro instituendis operationibus. Placet prius considerare secundum casum, ac deinde transire ad primum. Pro secundo casu aduertendum est in vulgari Arithmetica deesse scriptiones compendiatas quibus inter se distinguantur vnitates positivæ, & negativæ: item scriptiones compendiatas quibus represententur vnitates denominatæ aut radicales: igitur Logistica nostra, potest compendiatâ scriptione representare aliquas vnitates formaliter sumptas, quas compendiatâ scriptione representare non potest vulgaris Arithmetica: ergo numeri logistici compendiatâ scriptione representati, possunt indicare indiuidua, per aliquas vnitates formaliter sumptas, per quas compendiatâ scriptione indiuidua representare non potest vulgaris Arithmetica; ergo compendiatâ scriptione representati numeri vulgares, non conueniunt cum numeris Logisticis, quo ad vnitates formaliter sumptas per quas indiuidua representare possunt; sed numeri qui non conueniunt quo ad vnitates formaliter sumptas, per quas representant indiuidua, sunt numeri formaliter sumpti qui inter se non conueniunt: ergo inter se non conueniunt numeri vulgares, & Logistici, formaliter sumpti, atque compendiatâ scriptione representati: atque adeo vulgaris Arithmetica cum Logistica nostra non cõuenit quo ad numeros formaliter sumptos.

ros, & compendiatâ scriptiōe repræsentatos. Notandum hic est, quod tota differentia propter quam non conueniunt isti numeri, præcisè, & adæquatè dependeat, atque inferatur, ex diuersis vnitatibus, non tantum formaliter sumptis, vel tantum compendiatè scriptis, sed ex diuersis vnitatibus, & formaliter sumptis, & etiam compendiatè scriptis: atque hoc vnico ex capite habetur omnis diuersitas quæ inuenitur inter vulgaris Arithmeticæ, & Logisticæ nostræ numeros: quod melius constabit ex consideratione primi casus paulò ante propositi, siue considerando numeros vulgares, atque Logisticos productiori scriptiōe repræsentatos, independentè à compendiatâ scriptiōe. Hoc casû vulgaris Arithmeticæ, & Logisticæ nostræ numeri formaliter sumpti, conueniunt inter se: & verum est vulgarem Arithmetica, & Logisticam nostram non differre inter se quo ad numeros formaliter sumptos, sed non repræsentatos compendiatâ scriptiōe: etenim omnis differentia quæ inuenitur inter numeros formaliter sumptos: vel habetur ex diuersitate indiuiduorum quæ à numeris indicantur, vel ex diuersitate vnitatum per quas indiuidua indicantur, quando tam indiuidua indicata, quàm vnitates indicantes considerantur in sensu formali, siue vt talia indiuidua, aut tales vnitates sunt: quare, si non dentur vlla indiuidua formaliter sumpta, neque vllæ vnitates formaliter sumptæ, quæ independentè à compendiatâ scriptiōe exprimi possint à Logistica & tamen exprimi non possint à vulgari Arithmetica: manifestum est vulgarem Arithmetica, atque Logisticam nostram inter se non differre, quo ad numeros formaliter sumptos, independentè à compendiatâ scriptiōe; iam vero non dari indiuidua formaliter sumpta, quæ independentè à compendiatâ scriptiōe indicabilia sint à Logistica, & tamen à vulgari Arithmetica indicari non possint: satis manifestum est, quandoquidem paulò ante ostensum sit, vulgaris Arithmeticæ, atque Logisticæ nostræ numeros passiuos, inter se non differre: numeri enim passiu, nihil aliud sunt quam ipsa indiuidua à numeris indicata: hinc indiuidua à numeris vulgaribus atque Logisticis indicata, atque formaliter sumpta, inter se differrent, etiam inter vulgaris Arithmeticæ & Logisticæ nostræ numeros passiuos, inueniretur differentia. Deinde, non dari vnitates formaliter sumptas, quæ independentè à compendiatâ scriptiōe indicabiles sint à Logistica, & tamen indicari non possint à vulgari Arithmetica, patet ex eo, quod ad indiuidua indicanda nullæ aliæ vnitates à vulgaribus diuersæ, assumantur in Logistica, quam vnitates denominatæ, radicales, & negatiuæ, quæ singulæ à nobis exponuntur vocibus vsitatis in vulgari Arithmetica, atque adeo inde-

independentem à compendiatâ scriptione, communes sunt, tam vulgari Arithmetica quam nostrâ Logistica; quare independentem à compendiatâ scriptione, non inueniuntur vnitates exprimibiles à Logistica, quæ à vulgari Arithmetica exprimibiles non sint; præterea tam vulgari Arithmetica quam Logistica, commune est, expressas vnitates considerare, vt tales vnitates sunt: igitur independentem à compendiatâ scriptione, non dantur vnitates formaliter sumptæ exprimibiles à Logistica, quæ à vulgari Arithmetica exprimibiles non sint.

Ex iis quæ hic paulo fusius proposita sunt, constant singula quæ in reflexionis titulo notantur: atque adeo inter Logisticam nostram, & vulgaris Arithmetica numeros, differentiam non inueniri, quæ non dependeat à compendiatâ scriptione, quod notatu dignum existimaui, & fortassis melius intelligetur ex subsequenti reflexione in qua ostendimus, quomodo ex vulgaris Arithmetica compendiatâ scriptionibus deriuentur illæ scriptiones compendiatæ, quibus in nostra Logistica exprimuntur numeri, denominati, radicales, & negatiui; etenim istos tantum numeros compendiatè repæsentatos addimus numeris, qui in vulgari Arithmetica repræsentantur compendiatâ scriptione: atque ex dicendis de deriuatione scriptionum quas adhibemus, pro compendiatâ repræsentatione numerorum, denominatorum, radicalium, & negatiuorum; apparebit, non istos numeros, etiam formaliter sumptos, sed solas compendiatas scriptiones deesse in vulgari Arithmetica.

R E F L E X I O III.

Ex vulgari Arithmetica practica deriuantur scriptiones compendiatæ, quibus in Logistica nostra repræsentantur numeri denominati, radicales, & negatiui.

Præter vulgares numeros, in nostra Logistica considerantur, atque adhibentur, numeri denominati, radicales, & negatiui: his numeris non vtitur vulgaris Arithmetica: singuli tamen ex vulgari Arithmetica deriuantur: hoc est, praxibus quibus in Logistica compendiatè exprimuntur, desumptæ sunt ex praxibus pro numerorum compendiatâ repræsentatione vtitatis, in practica atque vulgari Arithmetica. Deriuationem prædictorum numerorum nostræ Logisticæ paucis expono.

Pro deriuatione scriptionis compendiatæ, qua in nostra Logistica repræsentantur numeri qui denominati appellantur: posita sic hypo-

Ex Arithmetica vulgari.

71

hypothesis, quod unitas simplex sit vnus homo, manente hac hypothesis, ad indicandos decem libros, non sufficit scribere 10: quandoquidem ex vi hypothesis, numerus 10 simpliciter positus, indicet decem homines: vt igitur hoc casu vulgaris Arithmetica, aliqua ex parte compendiata scriptione indicet decem libros, duplicem praxim habet; prima est, scribere, 10 libri. Secunda est, priori hypothese alteram addere, in qua supponatur, per litteram A, intelligi debere librum; & facta hac hypothese, scribere, decem A. Ex duabus compendiatis scriptiōibus hęc propositis, primam superius inuenies, vbi capite 2, vel 3 agimus de Additione, vel Subtractione numerorum diuersę speciei: & non facile inuenies librum qui agat de vulgari practica Arithmetica, in quo passim non adhibeatur prima scriptio compendiata. Secunda scriptio compendiata adeo familiaris est, in tota, & qualibet parte Arithmetice, atque Geometrie: vt vix vllam paginam inuenias: (Exempli Gratia in toto Euclide) in qua huiusmodi scriptio non adhibeatur: nihil enim familiarius, quam alphabeti litteras ita adhibere, vt breuitet in scriptione representent, triangulum, circulum, lineam, numerum, aut quoduis aliud ens, quod ex vi hypothesis significant. Itaque in casu paulo ante proposito, in quo unitas simplex hominem significat: in vulgari Arithmetica maxime vsitata inueniuntur duę praxes, quibus aliqua ex parte cōpendiata scriptione representari possint decem libri. Prima est, scribere 10 libri. Secunda est, facta hypothese, quod A librum significet, scribere decem A. Ex his resultans tertia praxis, hęc est: supponendo quod A librum significet, scribere 10 A. Vtrum hęc tertia praxis vsitata sit in vulgari Arithmetica, non controuerto: eam ex duabus prioribus, atque maxime vsitatis praxibus immediate deriuari, manifestum est; hac tertia praxi compendiate scripti numeri, sunt illi, qui in nostra Logistica appellantur numeri denominati: patet igitur Logisticę nostrę numeros denominatos, immediate deriuari ex praxibus maxime vsitatis in vulgari Arithmetica, saltem quo ad eam partem quę constat ex numeratore & dignitate: quandoquidem per vocem dignitas, nihil aliud intelligamus, quam alphabeti litteram, vt paulo ante diximus, assumptam, ad significandum aliquid. De denominatore numerorum denominatorum paulo post recurret sermo.

Numeri vulgares fracti, significant productum ex diuisione: vt satis patet ex prima praxi diuisionis, proposita in quinto capite, atque ex ijs quę dicta sunt de vulgaribus fractis numeris; quod adeo verum est, vt productum ex numero 2 diuiso per numerum 3, nihil

nihil aliud sit, quam duæ teritiæ: & etiam duæ teritiæ nihil aliud sint, quam productum ex numero 2 diuiso per numerum 3. Quoniam igitur vulgaris Arithmetica specialem atque compendiatam scriptiōnem assumit, vt repræsentet vulgares fractos numeros: manifestum est vulgarem Arithmetica assumere specialem atque compendiatam scriptiōnem, qua repræsentet producta diuisionis. Deinde, quia in hac compendiatâ scriptiōne adhibet ipsos diuisionis genitores, vt satis constat ex dictis cap. 6. etiam patet, vulgarem Arithmetica assumere specialem, atque compendiatam scriptiōnem, in qua per genitores repræsentat productum diuisionis. Maxime vtilem hanc praxim ampliando, atque imitando: docemus duo diuersa: quorum primum est, compendiatâ scriptiōne exhibere productum illius diuisionis, quæ radicis extractio dicitur: hoc est scribere numeros radicales: & similiter compendiatâ scriptiōne exhibere productum illius multiplicationis, in qua numerus aliquis in seipsum semel aut sæpius ducitur. Alterum est, compendiatâ scriptiōne exhibere productum cuiuslibet operationis diuersæ à duabus hic enumeratis: de hac secunda scriptiōne agitur in reflectione 4. Ad primam scriptiōnem pertinent tum numeri radicales, tum etiam numeri denominati in quantum constant ex numeratore, dignitate, & denominatore. Paulo ante ostendimus quomodo ex compendiatâ scriptiōne maxime vtitur in vulgari Arithmetica, deriuetur ea pars numeri denominati, quæ numeratorem atque dignitatem repræsentat; huiusmodi numeri denominati, præter numeratorem atque dignitatem, etiam inuoluunt denominatorem; quod nouum non est, immo adeo vtitur in vulgari Arithmetica, vt nulli vulgares numeri inueniantur, qui non constant ex numeratore & denominatore: vt dictum est capite 6. vbi etiam notauimus, in scribendis numeris vulgaribus, liberum esse, vel denominatorem expressè ponere, vel denominatorem subaudire, quoties denominator est vnitas simplex: eundem verò denominatorem expressè ponendum esse, quoties diuersus est à simplici vnitate; hanc legem in vulgari Arithmetica vtitur pro denominatoribus vulgarium numerorum, imitamur, vel vt verius dicam retinemus: tum pro denominatoribus numerorum denominatorum, tum etiam pro denominatoribus radicalium numerorum. Deinde sicut in vulgaris Arithmetica scriptiōne, interposita lineola, numeratori deorsum, succedit denominator: sic in numeris denominatis interposita dignitate, numeratori dextrorsum succedit denominator. Denique quemadmodum in vulgaribus numeris denominator, indicat, per quid simplex vnitas diuidi debeat, vt habeatur vna ex vnitatibus indi-

indicatis à numeratore : ita denominator numeri denominati , indicat , quot vnitates indicatæ à dignitate successive multiplicari debeant , vt habeatur vna ex vnitatibus indicatis à numeratore . Ex his patet nihil inueniri in Logistica nostræ numeris denominatis , quod diriuatum non sit ex vulgari Arithmetica .

Pro deriuatione numerorum radicalium , aduertendum est , quod pro illa diuisione quæ radicis extractio dicitur , non detur nisi vnus ex genitoribus diuisionis : pro reliquis diuisionibus , datur vterque genitor diuisionis : de quo plura videri possunt cap. 8. partis 2. Ideæ Logisticæ . Iam verò , pro scriptione , quæ vulgaris Arithmetica compendiate exprimit diuisionis productum , requiritur vterque genitor diuisionis : atque adeo hæc scriptio inutilis est , vt per datum radicis genitorem exprimatur radix ; neque inuenio scriptionem aliquam compendiatam , atque communi vsu receptam ab expositionibus vulgaris Arithmetice : per quam propositi vulgaris numeri , quælibet radix , commodè exprimatur per datum genitorem : itaque , prius considerando productiorem scriptionem , quæ propositi numeri quælibet radix possit exprimi , atque hanc scriptionem contrahendo , efformo eam scriptionem compendiatam , quæ vtor in Logistica ; in quem finem notandum est , quod propositi numeri A radix , dicatur , ille numerus , qui per vnā aut plures diuisiones producit ex numero A , supposito semper diuifore eodem , atque æquali ipsi radici . Exem. Gra. numeri 16 radix prima est numerus 4 : quia 16 semel diuisum per 4 producit 4 . Rursus numeri 16 radix tertia est numerus 2 : quia 16 tertio diuisum per 2 , producit 2 , cum enim 16 diuisum per 2 producat 8 , & rursus 8 diuisum per 2 producat 4 , ac denique 4 diuisum per 2 producat 2 : patet 16 tertio diuisum per 2 producere 2 . Ex hoc exemplo etiam patet , eiusdem numeri diuersas radices dari : atque hanc diuersitatem dependere ex eo , quod numerus qui radix dicitur , ex numero cuius radix dicitur , producat per plures aut pauciores diuisiones ; vt igitur longiori scriptione , per ipsum numerum 16 exprimantur , atque inter se distinguantur , diuersæ atque paulo ante propositæ eius radices : ad exprimendum numerum 4 , scribi posset , radix , vnica diuisione producta ex numero 16 . Item ad exprimendum numerum 2 , scribi posset , radix tribus diuisionibus producta ex numero 16 . Ex his satis manifestum est , quomodo longiori scriptione (maxime intelligibili apud eos , qui vulgarem Arithmetica prorsus non ignorant) per numerum exprimi possit quælibet eius radix , siue illa producat per vnā , siue per plures , & quotlibet diuisiones ; iam verò longiores illas scriptiones contrahendo , inuenio eam scriptionem

K

nem

nem, quam adhibeo pro numeris radicalibus, siue, vt per propositum quemuis numerum, indicem quamlibet eius radicem; & primo quidem, pro integra voce radix assumo litteram R, quæ compendiosè repræsentat vocem radix: huic successiue adscribendo denominatorem, nota Arithmetica expressum, compendiosè indico, per quot diuisiones producatu radix, præterea interposito asterismo ipsi denominatori successiue adscribo numerum cuius radix significatur. Denique ante litteram R, quæ repræsentat vocem radix, scribo numeratorem, siue numerum vulgarem indicantem quot radices significantur à scriptione. Sic Exempli Gratia scriptio, $1 R 1 * 16$, legitur, vna radix prima numeri sexdecim: vel vna radix prima sexdecim: sed sensus idem est, ac si diceretur, vna radix, vnica diuisione producta ex numero sexdecim. Similiter scriptio $1 R 3 * 16$, legitur, vna radix tertia sexdecim: sensus tamen idem est ac si diceretur, vna radix triplici diuisione producta ex numero sexdecim. Pari modo scriptio $4 R 1 * 16$, legitur, quatuor radices primæ numeri sexdecim: & sensus idem est, ac si diceretur, quatuor radices quæ singulæ vnica diuisione producantur ex numero sexdecim. Item scriptio $4 R 3 * 16$, legitur, quatuor radices tertiæ numeri sexdecim: sensus idem est, ac si diceretur, quatuor radices quæ singulæ triplici diuisione producantur ex numero sexdecim. Ex his satis apparet, vnde deriuata sit illa scriptio Logistica, qua repræsentamus numeros radicales. Apud vulgaris Arithmetica Scriptores satis familiare est, radicem quadratam appellare, quam nos primam radicem dicimus; & radicem cubicam nominare, quam nos vocamus radicem secundam; quem usum, non solum non retinemus: sed planè reijcimus, vt noxium pro nostra Logistica: à qua pro viribus putamus remouendas loquutiones improprias, analogicas, & æquiuocationibus, atque erroribus obnoxias: tales reputamus paulo ante enumeratas, quas non admittimus. Reliquas verò quibus ab Algebra Scriptoribus exprimuntur radices tertiæ, quartæ, quintæ, &c. non tantum reijcimus, sed detestamur, non minus quam reliquam ipsorum suppellestem chimericam.

Vt numeros positivos & negativos compendiata scriptione distinguere inter se: hæc lex assumpta est in nostra Logistica: nimirum, vt omnes numeri censeantur negatiui, qui expressè afficiuntur signo negativo, hoc est signo —; reliqui verò numeri habeantur positiui. Similis lex passim vsitata inuenitur; considera si placet duas scriptiones non compendiatas, prima sit homo; secunda sit negatio hominis; secunda scriptio significat negationem eius quod à prima indicatur: atque duæ istæ scriptiones inter se tantum
diffe-

differunt penes particulam negatiuam, quæ inuenitur in secunda scriptione, sed non inuenitur in prima scriptione. Similiter posito quod prima scriptio sit non homo; secunda sit negatio non hominis; rursus secunda scriptio significat negationem eius, quod per primam scriptionem indicatur: atque duæ istæ scriptiones inter se non differunt, quam penes particulam negatiuam, quæ in secunda inuenitur, sed deest in prima scriptione. Simili planè modo maxime familiari vsu receptum est, inter se per solam particulam negatiuam distinguere quaslibet duas scriptiones, quarum vna significat negationem eius, quod significatur per alteram. Iam verò ab hoc communi vsu non aliter recedimus quam compendiata scriptione, repræsentando particulam negatiuam: atque statuendo, vt signum $-$, compendiate indicans particulam negatiuam, efficiat, vt scriptio affecta hoc signo, significet negationem eius, quod significaret tali signo destituta: hoc enim est quod præscribitur in lege paulo ante insinuata, atque assumpta in nostra Logistica, pro distinctione numerorum, qui à nobis dicuntur positiui, aut negatiui: de quibus consuli potest secunda pars appendicis libri secundi nostræ Logisticæ.

Exposita deriuatione scriptionum, quibus in Logistica compendiate indicamus numeros denominatos, radicales, & negatiuos: non erit inutile, ex singulis istis compendiatas scriptionibus, aliquam pro exemplo proponere, atque eius significationem exponere, vocabus pro vulgari Arithmetica vsitatis: vt sic melius appareat, vulgarem Arithmetica non carere aut istis numeris, aut modo eos exprimendi, (tamen si de numeris formaliter sumptis agatur) sed tantum carere illa compendiata scriptione, qua in Logistica à nobis exprimuntur.

Numerus denominatus $4 \text{ a } 3$, formaliter sumptus, nihil est aliud, quam numerus A bis in se, ac deinde ductus in quatuor, sumptus formaliter: vel formaliter sumpti quatuor numeri, qui singuli producantur ex numero A bis ducto in se.

Numerus radicalis $3 \text{ R } 1 * 16$, formaliter sumptus, nihil est aliud, quam formaliter sumptum productum ex vna diuisione numeri sexdecim, in qua diuisor æquatur producto diuisionis, multiplicatum per tria; vel formaliter sumpti tres numeri, qui singuli producantur vnica diuisione numeri sexdecim, in qua productum diuisionis diuisori æquatur,

Numerus negatiuus $- 4$, formaliter sumptus, nihil est aliud, quam numerus quatuor negationum, siue priuationum, vnitatis simplicis, formaliter sumptus.

Planè rudis esset etiam in Arithmetica vulgari, qui non perciperet

ret quid significant numeri hic expressi productiori scriptione: neque negari potest istos numeros pertinere ad vulgarem Arithmetica: vel ut verius dicam, praedictos numeros praecognitos supponi, apud expositores vulgaris practicae Arithmeticae; ex multis quae hoc mihi persuadent duo hic subijcio. Primum est, quod a compendiaris numerorum scriptionibus sumant exordium. Secundum est, quod non inueniam ubi longioribus scriptionibus expressos numeros exponant. Practicae Arithmeticae expositoribus ignoscendum est, si solam praxim doceant, atque ex speculatiua Arithmetica supponant notitiam numerorum, quorum practicum vsum exponunt; immo oppositum facere nihil aliud esset, quam cum speculatiua Arithmetica practica confundere, atque permiscere. Ut tamen verum fatear prorsus non percipio, unde praedictos numeros cognitos supponant, vel quare illos non definiant atque exponant, qui docent speculatiuam Arithmetica, ex qua deriuatur Arithmetica, vulgaris practica. Vel si forte alicui videatur ab ipsis sufficienter declaratos numeros, quando statuunt; primo, unitatem esse secundum quam vnumquodque eorum quae sunt vnum dicitur; secundo, numerum esse compositam ex unitatibus multitudinem; denique praeter duas istas definitiones propemodum nihil vltius afferant, conducens ad numerorum intelligentiam: si inquam alicui videatur, has duas definitiones sufficienter declarare, quid per unitatem, aut numerum intelligendum sit: ingenij acumen, atque perspicacitatem laudo, atque suspicio. Quam parum definitiones istae prosint tenuitati meae, colliges ex subsequenibus paucis dubijs; etenim ex multis pauca tantum afferre volui, quandoquidem pauca sufficiant, ut appareat, quam obscura mihi sint, quae ab aliquibus, vel habeantur, vel saltem asseruntur clarissima.

Primo, quemadmodum aliud est abstracta albedo, a qua subiectum album dicitur; aliud vero subiectum habens abstractam albedinem, quodque ab abstracta albedine quam habet, album dicitur: ita etiam aliud est, abstracta vnitas, a qua subiectum vnum dicitur: aliud vero subiectum habens abstractam unitatem, quodque ab abstracta unitate quam habet vnum dicitur, iam vero, nisi fallor, vox vnitas intelligi potest in duplici diuerso sensu: nimirum in sensu abstracto, ut significet abstractam unitatem, a qua subiectum habens illam abstractam unitatem, vnum dicitur: deinde in sensu concreto, ut significet subiectum habens abstractam unitatem, atque idem quod significat vox vnum. Quapropter igitur an vnitas paulo ante definita sit vnitas intellecta in sensu abstracto, vel certe sit vnitas intellecta in sensu concreto? Si secundum dicendum sit, ego certe non video,

deo , quomodo hoc intelligi possit ex definitione proposita , in qua nihil inuenio priorem sensum excludens , atque legentem determinans ad secundum sensum . Si dicendum sit prædictam definitionem indifferentem esse ad vtrumque sensum , vel quod in primo sensu intelligenda sit : ex nostra Logistica , atque eius Idea intelligere poteris , quod licet in hoc Romano Collegio per quindecim integros annos Mathesim publice docuerim : tamen hætenus assequutus non fuerim , quid per vnitatem intelligendum sit apud Arithmeticos : quippe vbique conatus sum inculcare , quod vnitas in sensu concreto intellecta , sit illa , de qua agunt Arithmetici :

Secundo , si numerus est vnitatum aggregatum , quandoquidem aliud sit vnitas , aliud vero sit vnitatum aggregatum : quæro an vnitas numerus sit ? si dici debeat vnitatem non esse numerum , non percipio quomodo numero 6 addendo vnitatem , habeatur numerus maior numero 6 ; etenim posito quod vnitas numerus non sit , quando numerus 6 additur vnitas , tunc numero 6 nullus numerus additur : sed , saltem à me , intelligi non potest quomodo numerus sex fiat maior , quando illi nullus numerus additur : adeoque à me intelligi non potest , quomodo numerus sex fiat maior numerus quando illi vnitas additur , supposito quod vnitas non sit numerus . Rursus supposito quod vnitas numerus non sit , non percipio quomodo Arithmetici numerorum operationibus annumerent additionem , in qua vnitas vnitati additur : vel vnitas ex vnitatem subtrahitur ; denique his alijsque similibus dubijs turbatus , vbique in logistica doceo vnitatem numerum esse ; & prima Arithmetice fundamenta non percepi , si iuxta illa dicendum sit , vnitatem numerum non esse .

Tertio in diuersis circumstantijs diuersa intelligi per numerum Arithmeticum , nisi ego aberro , manifestum est ex dictis in præcedenti reflexione : idque verum esse ostendimus , etiam sistendo intra terminos vulgaris Arithmetice , quæ ab inuicem distinguit numeros diuersæ speciei : hoc est eos qui simul addi possunt , atque in vnam summam colligi : ab illis , qui simul addi , siue in vnam summam colligi non possunt ; ac præterea non confundit numeros inter se æquales , cum illis qui inter se sunt inæquales . Quæro igitur in quo loco expositi inueniantur sensus illi diuersi , quos admittit vox numerus , in diuersis circumstantijs adhibita ? Ego certè , etiam apud eos qui ad Euclideam doctrinam scriptis annotationibus , vassa volumina impleuerunt : vix vllum verbum additum inuenio paulo ante hic ex Euclide propositæ numeri definitioni ; adeò alijs clara est illa definitio in qua præter tenebras nihil video .

RE-

R E F L E X I O I V .

Proponuntur aliqua in quibus inter se conueniunt, vel ab inuicem differunt, operationes vulgaris Arithmeticae & Logisticae nostrae. Deinde exponitur quomodo posteriores operationes, ex anterioribus deriuentur. Denique obiter notatur aliqua differentia inter nostram Logisticam, & Algebram.

Primo. Operationes vulgaris Arithmeticae, subinde quidem per genitores exhibent productum operationis: sed tamen plerumque aliter quam per genitores exhibent operationis productum. Logisticae nostrae operationes plerumque per genitores exhibent productum operationis: subinde tamen aliter quam per genitores exhibent operationis productum. Haec assertio quatuor partes habet: circa singulas breuiter noto, unde constet verum esse quod assertitur. Operationes vulgaris Arithmeticae subinde per genitores exhibere productum operationis: manifestum est ex prima praxi diuisionis proposita capite 5. vt pluribus ostensum est circa initium praecedentis reflexionis. Operationes vulgaris Arithmeticae, plerumque aliter quam per genitores exhibere productum operationis: constat ex superiorum capitum praxibus; etenim si excipiat primum praxi diuisionis, reliquae omnes, aliter quam per genitores exhibent productum operationis. Operationes nostrae Logisticae plerumque per genitores exhibere productum operationis: immediatè patet ex praxibus quas libro primo capite secundo nostrae Logisticae afferimus, pro additione, multiplicatione, atque diuisione; etenim in singulis illis praxibus nihil aliud docetur, quam operationis genitores, certo modo, atque ordine scribendo, per ipsos exhibere productum operationis. Operationes nostrae Logisticae aliquando aliter quam per genitores exhibere productum operationis: constat ex praxi quam capite secundo libri primi Logisticae tradimus, pro subtractione: iuxta quam praxim exhibitum subtractionis productum, continet quidem datum superiorem genitorem: sed non continet datum inferiorem genitorem; hic mutato prius signo scribitur in productum: adeoque in productum Logisticae subtractionis non exhibetur inferior genitor, sed numerus, qui ab inferiori dato genitore tactum differt, quantum unitates positivae, & negativae, differ-

differunt inter se; quare prædicta Logistica nostræ praxis, aliter quam per genitores exhibet productum subtractionis; qua de re paulo post recurret sermo: & plura inuenies capite 9 partis secundæ idæ Logistica. Præterea licet capite secundo libri primi Logistica, non aliter quam per genitores doceamus exhibere productum multiplicationis: tamen subinde etiam aliter quam per genitores exhibemus aliqua multiplicationis producta. Exempli gratia, supposito quod genitores dati pro multiplicatione, inter se non differant, atque numerus denominatus 1 a 1 duci debeat in seipsum: iuxta praxim prædicti secundi capitis Logistica, scripto 1 a 1 in 1 a 1, per genitores exhibebit productum propositæ multiplicationis: quod idem productum, sed non per genitores exhibebit scriptio 1 a 2: etenim iuxta dicta in capite primo libri primi Logistica prædictæ duæ scriptiones inter se æquivalent; atque vtræque exhibet productum ex numero denominato 1 a 1 ducto in se: sed tamen in secunda scriptione, non representantur genitores propositæ multiplicationis: atque adeo hæc secunda scriptio aliter quam per genitores exhibet productum multiplicationis. Similiter scriptio Logistica, qua representamus productum ex illa diuisione, quam radicis extractionem appellamus, aliter quam per genitores representat diuisionis productum.

Secundo. Numeri producti ex operationibus vulgaris Arithmeticae plerumque sunt numeri simplices, subinde tamen sunt numeri compositi. Numeri producti ex operationibus Logisticis, subinde quidem simplices sunt, perumque tamen sunt numeri compositi. Rursus proposita assertio, quatuor partes habet, atque circa singulas breuiter noto, quæ sufficiunt vt intelligatur verum esse quod asseritur; suppono tamen simplicis, atque compositi numeri definitiones à me propositas capite 8. libri 1. Logistica: neque controuerto, an illæ definitiones legitimæ, vel illegitimæ haberi debeant. Ex operationibus vulgaris Arithmeticae productos numeros plerumque simplices esse: satis constat ex superioribus capitibus, in quibus egimus de vulgaris Arithmeticae operationibus: etenim si diuisionem excipias, non inuenies operationem, per quam ex duobus datis numeris simplicibus, producat alius quam simplex numerus. Ex operationibus vulgaris Arithmeticae productos numeros aliquando compositos esse; satis patet ex dictis de vulgari diuisione, ex qua non infrequenter producit numerus compositus ex integro, & fracto vulgari numero. Ex operationibus Logisticis productos numeros plerumque compositos esse, constat ex praxibus additionis, subtractionis, & multiplicationis, traditis capite secundo li-

do libri primi Logisticae: etenim iuxta dictas praxes producti numeri omnes compositi sunt. Ex operationibus Logisticis productos numeros subinde simplices esse: constat ex ea diuisione quae appellatur radicis extractio, etenim scriptio Logistica, simplicis numeri radicem exhibens repraesentat numerum simplicem.

Tertio. Vt vulgaris additio instituat, dati numeri debent esse vulgares, atque eiusdem speciei: vt vulgaris subtractio instituat, dati duo numeri debent esse vulgares atque eiusdem speciei, & insuper datus numerus superior non potest esse minor dato inferiori numero. Vt instituat vulgaris multiplicatio, aut diuisio, dati numeri debent esse vulgares. Pro quavis logistica operatione, sufficit vt dati numeri sint Logistici. Singulae partes huius assertionis satis manifestae sunt, ex dictis circa singulas operationes, de quibus agitur in assertionem. Quoniam vero nulli numeri possibiles sunt, qui exprimi non possint per numeros Logisticos, & quaelibet Logisticae operationes institui possint circa quoslibet datos numeros Logisticos: patet operationes Logisticas tales esse, vt institui possint circa datos quoscunque numeros possibiles: etiam per datos numeros in te ligendo numeros plane incognitos. Ab hac Logisticarum operationum amplitudine dicuntur operationes vniuersales: atque haec ipsa amplitudo, vnica, vel certe plane praecipua causa est, quare assumantur in nostra Logistica.

Quarto. Operationes vulgaris Arithmeticae non compendiat, satis immediatè patent ex ipsis operationum definitionibus. Idem verum est de singulis operationibus Logisticis quae proponuntur capite secundo libri primi Logisticae: supposita tamen intelligètia significationis quam apud nos habent signa $+$ & $-$; quorum signorum significatio satis fuse declaratur in secunda parte appendicis libri secundi Logisticae. Non omnes quidem, sed aliquae vulgaris Arithmeticae compendiat operationes, indigent demonstratione: immo meo iudicio inter vulgares Arithmeticae operationes superius à nobis propositas, sola diuisio fractionum vulgarium numerorum indiget demonstratione quam inuenies cap. 7. pag. 57. Compendiatas operationes Logisticas nusquam proponimus: tradimus tamen varios modos utiles vt longiores numeri Logistici contrahantur, atque reducuntur ad alios magis compendiatos prioribus æquivalentes; atque inter praxes pro Logisticorum numerorum reductionibus à nobis allatas, nihil inuenio, quod videatur demonstratione indigere, praeter illud, quod circa signa $+$ & $-$ praescribitur, quando duo numeri Logistici particula *in*, vel *per* connexi ad vnum numerum reducuntur. Hoc demonstratū inuenies in parte secunda ideae Logisticae pag. 62.

Pro

Pro deriuatione Logisticarum operationum ex vulgari Arithmetica, consideranda est praxis prima diuisionis vulgaris proposita capite 5. in hac praxi vulgaris Arithmetice, exhibetur productum diuisionis per ipsos genitores, scriptos certo modo, *sue ordine*: etenim nihil aliud docet, quam numero diuidendo, interposita lineola subscribere diuisorem, atque hac scriptione exhibere productum diuisionis; hæc praxis non tantum utilis est, quando diuisor est maior numero diuidendo: sed etiam in quouis alio casu: dummodo non curetur scriptio breuissima, atque clarissima: sed sufficiat scriptio compendiata, atque vsitata in vulgari Arithmetica. Hinc patet iuxta vulgaris Arithmetice præcepta passim vsitata, cuiuscunque vulgaris diuisionis productum legitime repræsentari posse, per datos duos diuisionis genitores. Ex hac praxi Arithmetice vulgaris deriuantur vniuersales Logisticæ nostræ operationes, capite secundo libri primi Logisticæ propositæ, pro additione, multiplicatione, atque illa diuisione, in qua datur vterque genitor diuisionis; etenim imitando illud quod in prædicta praxi docet vulgaris Arithmetica, docet nostra Logistica, per genitores certo modo scriptos exhibere productum additionis, multiplicationis, & diuisionis. Harum trium operationum insinuata deriuatio, talis videri poterat, quæ vltiori declaratione non indigeret; placet tamen, singulas seorsim proponere, incipiendo à diuisione, vt additioni immediate succedat subtractio, quæ per genitores non exhibet productum.

Pro logistica diuisione, in qua vterque genitor proponitur, atque repræsentatur logistica scriptione compendiata: retinemus eandem illam praxim capite 5 propositam, quæque pro vulgarium numerorum diuisione vsitata est: atque docemus diuisionis productum exhibere per scriptionem, in qua numero diuidendo interposita lineola subscriptus sit diuisor; circa hanc praxim, vel potius praxeos vsum, inter Logisticam, & vulgarem Arithmeticam alia differentia non intercedit, quam quod vulgaris Arithmetica hac praxi non vtatur, nisi circa numeros vulgares compendiate scriptos. Logistica vtatur eadem praxi, circa quoslibet numeros logistica scriptione compendiatè repræsentatos. Prædictæ praxi logisticæ diuisionis: alteram addimus: in qua numero diuidendo successiuè adscribimus, diuisorem, interposita tamen particula *per*, quæ compendiate significat idem, ac si scriberetur, *diuisum per*.: Quam parum hæc secunda praxis à priori differat, nemo non videt: immo vtriusque praxis scriptiones plane idem significare, satis constat ex dictis capite 6. quandoquidem idem significant sequentes lo-

L

quutio.

quationes, nimirum, duæ tertia, & duo diuisum per tria. Secundam diuisionis Logistica praxim, priori addimus, propter solam commoditatem: quæ præcipuus, vel fortè vnicus finis est, propter quem compendiatæ scriptiones assumuntur, aut à vulgari Arithmetica, aut à Logistica. Iam verò, subinde satis commodum non est, in eadem linea repræsentare vnum numerum alteri subscriptum, interposita lineola: immo quia hoc modo commodè typis exhiberi non poterant fracti vulgares numeri, propemodum vbique omissa est lineola separans fracti numeri numeratorem, à denominatore: vt monuimus pag. 28. Præterea, saltem magis molestum non est per particulam *per*, intelligere voces *diuisum per*: quam easdem voces intelligere, per lineolam separantem duos numeros, quorum vnus alteri subscriptus sit. Hæc sufficient pro deriuatione Logistica diuisionis, in qua datur vterque genitor diuisionis. Deriuatio illius diuisionis, in qua non datur nisi numerus diuidendus, quæque radicis extractio dicitur: expositione non indiget; siquidem præter simplicem radicalium numerorum scriptiorem nihil contineat: atque in tertia reflexione satis multa dicta sint de origine scriptiorem, quæ in Logistica nostra repræsentantur numeri radicales.

Praxis pro Logistica multiplicatione proposita capite secundo libri primi Logistica: proximè similis est praxi diuisionis; etenim, quemadmodum pro diuisione assumitur particula *per*, quæ æquiualeat vocibus *diuisum per*: sic pro multiplicatione assumitur particula *in*, quæ æquiualeat vocibus *ductum in*. Præterea, quemadmodum particula *per*, interposita inter duos genitores, significat genitorem qui particulam *per* præcedit, diuisum per genitorem qui subsequitur: ita particula *in*, interposita inter duos genitores, significat anteriorem genitorem ductum in posteriorem; quare non minus manifestum est, quomodo vulgaris Arithmetica scriptiorem, imitetur ea scriptio, qua multiplicationem Logisticam absoluius, quam altera qua absoluius Logisticam diuisionem, de qua paulò ante egimus.

Pro deriuatione illius scriptiorem, qua absoluius Logisticam additionem aduertendum apud eos qui vtuntur vulgari Arithmetica, familiarissimum esse: Exempli gratia, lineola interposita successiue scribere duos numeros vulgares, quorum prior scuta, alter iulios significat: in quo casu lineola seperans duos numeros, alioquin successiue scriptos, æquiualeat his vocibus & *in super*, vel vocibus *simul cum*, aut aliis similibus. Exempla huiusmodi scriptiorem, inuenies, in omnibus propemodum mercatorum libris, in quibus congeruntur notæ, acceptæ, aut datæ pecuniæ: vel etiam

mer.

mercium acceptarum aut venditarum : Similia exempla passim inuenies, apud eos, qui tradunt vulgarem practicam Arithmetica[m] vbi agunt de additione aut subtractione numerorum diuersæ speciei : atque adeo dici non debet nouum in vulgari Arithmetica, assumere lineolam connectentem duos numeros successiue scriptos, vt æquiualeat vocibus *simul cum*; hunc maxime communem vltim imitando, statuimus in nostra Logistica, vt signa \dagger & $-$ (quibus-
cunque tandem vocibus exprimantur) interposita inter duos numeros successiue scriptos, æquiualeant his vocibus *simul cum*; atque adeo significant, numerum ante signum illud scriptum, sumptum simul cum numero scripto post signum. Iam vero in hac lege proposita in appendice lib. 2. Logistica, atque vt patet deriuata ex vltu in vulgari Arithmetica maxime familiari, consistit tota praxis additionis logistica: pro qua aliud non præscribitur, nisi vt numeri dati pro additione cum suis signis successiue scribantur: etenim eo ipso quod successiue cum suis signis scripti sint duo numeri, prior cum posteriore signo \dagger vel $-$ connectitur, & significatur prior simul cum posteriore. Quemadmodum verò prior diuisus per posteriorem significat productum diuisionis : & prior ductus in posteriorem significat productum multiplicationis : ita etiam prior simul cum posteriore significat productum additionis.

Pro deriuatione illius praxis, quã in Logistica tradimus pro subtractione : in memoriam reuocanda sunt, quæ in præcedenti reflexione diximus de numeris posituijs & negatiuis; nimirum semper haberi æquales, vel eiusdem valoris numeros : siue numero A addatur posituius numerus B; siue ex numero A, subtrahatur negatiuius numerus B : qualescunque numeros repræsentent litteræ A & B; atque similiter semper æquales; vel eiusdem valoris numeros haberi, siue numero A addatur numerus negatiuius B : siue ex numero A subtrahatur numerus posituius B. Quod cum verissimum sit, atque satis manifestum, ex ipso conceptu numerorum, quos appellamus posituios & negatiuos : etiam manifestum est, quomodo in ipsa Logistica additione accedente sola signi mutatione (per quam numerus ex posituiuo fit negatiuius, vel ex negatiuiuo fit posituius) habeatur aliquid planè æquiualens subtractioni. Quandoquidem igitur Additio Logistica deriuetur ex vulgari Arithmetica, vt iam ostendimus; & insuper ex eadem vulgari Arithmetica deriuentur numeri nostri posituiui & negatiui, vt dictum est in præcedenti reflexione : satis patet quomodo ex vulgari Arithmetica originem habeat, quod vt ita dicam resultat ex additione Logistica, atque numeris

nostris positivis & negativis; tale verò est illud, quod in Logistica præscribitur pro subtractione, siue Logistica nostræ subtractio, in qua præscribitur, ut in numero subtrahendo mutetur signum, ac deinde addatur alteri numero, ex quo subtractus repræsentari debet; etenim duorum numerorum additio, accedente unius signi mutatione, planè æquivalet subtractioni, in qua subtrahitur numerus cuius signum mutatur: ut paulo ante hic notauimus.

Breviter hic exposuimus, quomodo ex vulgari Arithmetica derivata sit Logistica nostræ subtractio, proposita capite secundo lib. I. Logisticae. Operæ pretium videtur, notare alium modum, quo ex vulgari Arithmetica derivari poterat subtractio planè diversa ab illa quam adhibemus: sed tamen non diversa quoad ipsam scriptiōnem. Integrum nobis erat assumere signum \dagger , ut compendiate repræsentaret vocem plus; & signū $—$ assumere ut compendiate repræsentaret vocem minus: atque insuper statuere, ut duæ illæ voces signis \dagger vel $—$ repræsentatæ retinerent eandem significationem, quam habent ad longum scriptæ. Quo posito, quemadmodum in vulgari Arithmetica, 4 plus 3, per genitores indicat productum additionis, & similiter, 4 minus 3, per genitores indicat productum subtractionis: ita etiam scriptio, $4 \dagger 3$, per genitores significasset productum additionis: & scriptio, $4 — 3$, per genitores significasset productum subtractionis; & consequenter, quemadmodum in vulgari Arithmetica 4 minus 7 est aliquid impossibile, siue chimæricum: etiam concedendum erat $4 — 7$, esse aliquid impossibile siue chimæricum: atque adeo vel huiusmodi scriptio admittenda non erat, vel certe admittendi erant numeri chimærici, atque ipso nihilo minores. Nisi fallor, modo hic insinuato, ex vulgari Arithmetica derivantur scriptiōnes, in quibus signis \dagger & $—$ utuntur Algebrae scriptores: quandoquidem admittant numeros ipso nihilo minores, ut ipsi met expresse fatentur, & multis exponunt istos numeros chimæricos, atque illorum utilitatem extollunt. Hos numeros chimæricos, atque ipso nihilo minores non admittit nostra Logistica: quemadmodum non admittit ultimo loco propositam derivationem scriptiōnum, in quibus signa \dagger & $—$ adhibentur; quare, tametsi Algebrae, & Logisticae nostræ communia sint signa \dagger & $—$: & etiam voces plus & minus, quibus signa ista enuntiantur: tamen, inter Algebraem & Logisticam nostram intercedit maxima differentia, dependens ab ipsis signis \dagger & $—$: siquidem in Logistica nostra habeant significationem, planè diversam à significatione quam habent in Algebra. Etenim, scriptio, $4 — 7$, tam in Algebra, quam in Logistica, legitur quatuor minus septem: verum in Algebra signi-

gnificat idem, ac si diceretur, productum ex septem unitatibus positiuis, sublati ex quatuor unitatibus positiuis. In Logistica nostra significat idem, ac si diceretur, quatuor unitates Positiuæ simul cū septem unitatibus negatiuis. Quandoquidē igitur maxime differant inter se duæ propositiones, quarum prima sit, productū ex septem unitatibus positiuis sublati ex quatuor unitatibus positiuis: secunda sit, productum ex quatuor unitatibus positiuis sumptis simul cum septem unitatibus negatiuis: manifestum est scriptiōem, $4 - 7$, planē diuersa significare, in Algebra, & Logistica nostra: licet utrobique enuntietur per easdem voces, quatuor minus septem. Quanta sit, prædictarū duarum propositionum diuersitas melius intelliges, si aduertas: primo, primam propositionem per genitores indicare productum subtractionis: secundam propositionem per genitores indicare productum additionis. Secundo, primam propositionem non agere de unitatibus negatiuis: secundam agere de unitatibus negatiuis. Tertio, primam propositionem indicare productum ex subtractione impossibili in vulgari Arithmetica: secundam indicare productum ex additione possibili in vulgari Arithmetica. Quarto, primam propositionem indicare numerum chimæricum, atque ipso nihilo minorem, & planē incognitum in vulgari Arithmetica: secundam propositionem indicare numerum, verum, realem, ac passim cognitum in vulgari Arithmetica.

Hæc obiter notare volui, ut appareat, quantum à veritate aberrant, qui statuunt, meam logicam Algebram esse ex eo capite, quod tam in mea Logistica, quam in Algebra, signa $+$ & $-$, in scriptiōe adhibeantur, atque iisdem vocibus enuntientur. Certè si huiusmodi, vel temerarij, vel parum prudentes iudices, saltem voces intelligerent, tum in Logistica, tum in Algebra vsitatas: potius oppositum statuerent: nimirum Logicam nostram Algebram non esse: quandoquidem in mea Logistica, & Algebra, etiam iisdem scriptiōibus, & vocibus planē diuersa significantur. Cæterum non nego me Algebram scripsisse, quandoquidem enim nunquam inuenire potuerim eius definitionem, non satis scio quid sit Algebra. Præterea quod pro mea Logistica nihil desumpserim ex Algebra, alia causa non est, quam quod Algebræ proprium nihil inuenerim, quod mihi arrideret: aut conueniret tenuitati ingenij mei; neque per hoc aliquid derogatur excellentiæ ipsius Algebræ: quæ pro se habet tot doctissimorum hominum suffragia, ut pro meis lucubrationibus, vel ex ipso titulo non vulgare ornamentum sperare poteram, si inscribi potuissent, Algebra speciosa. Verum

malui

malui tam specioso ornamento carere apud indoctos: quam à doctioribus merito reprehendi, quod cum titulo opusculi non conueniret.

Notare hæc volui, etenim Logistica studioso, maxime proderunt, quando aliquem ex tripode pronuntiantem audiet, me Algebram scripsisse; vt inferat huiusmodi Apollinem, ne quidem assequutum terminos vsitatos in Algebra, atque nostra Logistica. Ex hoc deorum genere inueniuntur plures: atque adhuc nuperrime natus sum in Mathematicis instructorem aliquem: nomen scire non potui: si nomen scirem, tamen hic prætermitterem: neque enim nominare consueui, quos laudare non possum: solam veritatem propugnare contendo, cui non aduersantur, aut nomina aut personæ, sed falsæ, atque erroneæ assertiones: his veritatis hostibus tantummodo insensus sum, atque contrarius. Prædictus meus instructor per varias manus ad me scriptum misit, præferens hoc exordium. *Nimio me honore dignatus es vir eximie, cum mihi Logisticam misisti N. N. cui nullum Mathematicum problema insolubile: exquirens insuper meum de illa iudicium &c.* His præmissis, vaticinia incipit Apollo, iam nunc prælagus quid subsequi debeat priores Logisticae libros. Deinde assignat mihi authores quos legere debeam, vt intelligam, quam præstantem vsum habeant numeri chimærici, nihilo minores: imaginaria numerorum latera &c. Poterat has merces distrahere apud Poëtas, quid mihi cum fabulis? instat tamen, hæc adhiberi in Algebra: quodque in Belgio, & Gallia idem significet Logistica, & Algebra Grammatico dignum argumentum! pro se citare poterat Lexicon, aut Calepinum, si vox Algebra illic fuisset annotata; miserum me si legisset postremas lineas appendicis libri secundi Logisticae: vbi monui, voces plus, & minus, correspondentes signis $+$ & $-$, non significare illud, quod significant apud Grammaticos, quod idem hic paulo ante annotaui: atque addidi, in nostra Logistica, & aliorum Algebra, habere diuersam significationem: quod qui non percipit, certè vel in Logistica, vel in Algebra maxime vsitatos terminos, non assequitur; optarem, vt hæc altissime inhærerent discenti nostram Logisticam, vt quando audiet aliquos pronuntiantes, Logisticam nostram Algebram esse, neque ignorantum more hæsitabundus, pronuntiatis acquiescat: neque etiam grammaticorum more, de sola voce instruat litem: sed inquirat, quid per Algebram intelligant; an scilicet de illa Algebra sermo sit, quæ admittit, atque assomit chimæras: vt sunt numeri nihilo minores: imaginaria numerorum latera: plures quam tres quantitatis dimensiones: proportio æqualitatis nihilo comparata, atque adeo non admissa inter proportionem, quemad-

admodum nihil non admittitur inter numeros: hoc (ut ita dicam) proportionis nihilo aliarum proportionum minores &c. Certè qui statuit huiusmodi Algebram conuenire cum nostra Logistica, prima Logistica nostra principia non percepit. Si verò per Algebram nihil intelligant, nisi antiquiorem Arithmetica, atque Geometriam aliquantulum ampliatam, independenter ab omni subsidio desumpto à chimericis quantitatibus, aut proportionibus, falso non asserit nostram Logisticam esse Algebram: Sed tamen hoc casu, vox Algebra, erit æquiua: atque non minus verum erit Logisticam nostram non esse Algebram, quam Logisticam nostram esse Algebram, certum enim est inueniri opera in quibus priori sensu Algebra intelligitur: an similiter opera inueniantur, in quibus posteriori sensu intelligitur Algebra, statuunt alij: priori tantum sensu intelligendo Algebram, omnino falsum existimo, Logisticam nostram Algebram esse. An Logistica nostra Algebram assequatur, aut superet, vel certè illi postponenda sit: non est meum statuere; non vulgari laude dignam esse Algebram ultro concedo: tamen ut alibi dixi apparatus eius omni ex parte non approbo:

R E F L E X I O V.

Singula, quæ libro primo nostræ Logisticae circa numeros logísticos traduntur, in capitibus quæ secundum sequuntur, atque octauum præcedunt: vel circa numeros vulgares vsitata sunt in vulgari Arithmetica, vel ex his deriuantur.

HAec reflexio amplectitur considerationem plurimorum capitum libri primi nostræ Logisticae: de singulis enim pauca notanda sunt.

Primo. Propositis duobus numeris vulgaribus eiusdem speciei, inuenire vnum numerum qui duobus istis numeris: simul sumptis æquiualeat, siue æqualis sit: vsitatum est in vulgari Arithmetica: hoc enim est quod docet additio vulgaris. Similiter prima pars capituli tertij nostræ Logisticae, tradit praxim inueniendi vnum numerum qui sit æqualis, siue æquiualeat, duobus aut pluribus numeris logisticis inter se similibus. In hac praxi nihil traditur, quod satis immediatè non pateat, aut ex ipsa intelligentia logisticorum numerorum, aut ex vulgari additione, aut subtractione.

Secun-

Secundo . Quemadmodum in vulgaris Arithmeticae multiplicatione, decetur modus inueniendi vnum numerum, exhibentem productum, quod oritur ex duobus numeris vulgaribus simul multiplicatis: ita etiam pars secunda capitis tertij nostrae Logisticae, proponit praxim, qua inueniri potest vnus numerus, exhibens productum, quod oritur ex duobus numeris Logisticis simul multiplicatis. In hac praxi duo traduntur: quorum primum est, noui numeratoris inuentio; secundum est, inuentio signi quo nouus numerator affici debet. Primum nihil requirit praeter vulgarem multiplicationem: atque adeo nullam difficultatem annexam habet. Alterum neque immediatè patet ex intelligentia Logisticorum numerorum, neque ex vulgari Arithmetica. In vulgari Arithmetica: debita multiplicata per debita, producant debita; quandoquidem igitur à nobis numeri negatiui debitis comparentur, conformiter ad vulgarem Arithmeticae numerus negatiuus ductus in numerum negatiuum, deberet producere numerum negatiuum; & tamen praedicto loco statuitur, Logisticae nostrae numerum negatiuum ductum in alium numerum negatiuum, producere numerum positiuum; cur hoc verum sit, non satis immediatè apparet ex ipsa intelligentia numerorum qui à nobis appellantur positiui, aut negatiui; atque eodem modo non satis apparet, quare duo numeri, quorum vnus positiuus alter negatiuus est simul multiplicati, semper producant numerum negatiuum: neque producere possint numerum positiuum. Huius rei demonstrationem inuenies in idea logicae pagina 62.

Tertio . In tertia parte capitis tertij Logisticae proponitur praxis, continens modum inueniendi vnum numerum, qui sit productum ex diuisione instituta circa duos numeros Logisticos: omnino respondens praxi traditae in secunda parte eiusdem capitis; atque vtrique praxi commune est, quod praescribitur circa signum, quo affici debet productum; alterum in quo differunt praedictae istae praxes, difficultatem annexam non habet: quemadmodum enim in priori adhibetur vulgaris multiplicatio, ita in posteriori adhibetur vulgaris diuisio. Quoniam verò in vulgari Arithmetica passim proposita diuisio non sufficit, vt inueniatur productum, Exempli gratia, ex numero 24 plus 12 diuiso per 4 plus 2, nisi prius diuisor ex duobus numeris constans reducatur ad vnum numerum: monui, praescripta in dicta praxi non sufficere, vt facile absoluat proposita diuisio. Caterum citra praedictam diuisoris reductionem, propositam diuisionem absolvere: non excedit limites Arithmeticae vulgaris.

Etenim inquirendo, Exempli gratia, quoties maior ex duobus diuiso-

Ex Arithmetica vulgari. 89

uisoris numeris, nimirum 4, contineatur in maiori ex duobus numeris diuidendis, nimirum in numero 24: inuenietur aliquis numerus, qui in proposito casu erit 6; iam verò, si inuentus numerus ductus in totum diuisorem, auferri possit, ex toto numero diuidendo: & tamen non relinquat residuum æquale, vel maius, toto diuisore: inuentus numerus, cum residuo inuento ipsi adscripto, vt docetur in diuisione vulgari, constituet productum quæsitum; si inuentus numerus, ductus in totum diuisorem, auferri non possit ex toto numero diuidendo: erit maior producto quæsito; si auferri possit, sed relinquat residuum æquale, vel maius, toto diuisore: erit minor producto quæsito. Sic in casu proposito, quia 4 continetur sexies in numero 24, & 6 ductum in 4 dat 24: atque insuper 6 ductum in 2 dat 12: & denique 24 plus 12 auferri potest ex 24 plus 12, neque vllum relinquit residuum; 24 plus 12 diuisum per 4 plus 2, producit 6. Similiter, si numerus 28 plus 13 diuidendus sit per 4 plus 2: quia 4 continetur sexies in numero 28: & 6 ductum in 4 dat 24: atque insuper, 6 ductum in 2 dat 12: & denique, 24 plus 12 auferri potest ex 28 plus 13, sic vt residuum sit 5: verum erit, numerum 28 plus 13 diuisum per 4 plus 2 producere 6 ^{4 plus 2} hoc est 6 $\frac{5}{7}$. Singula hæc, satis immediate inferuntur ex dictis de vulgari diuisione: quia tamen in vulgari Arithmetica parnam planè vtilitatem habent, expressè non proponuntur: atque hic tantum proposita sunt, vt constet, vulgaris Arithmetice limites non excedere prædictas diuisiones, absque reductione diuisoris compositi ex duobus numeris vulgaribus.

Quarto. In quarta parte capituli tertij nihil aliud requiritur, quam inuentio cuiusvis radicis, propositi vulgaris numeri, qui talem radicem habeat: neque nouum est in vulgari Arithmetica, inuenire propositi vulgaris numeri radicem, quam nos primam vel secundam appellamus: quare supposito quod vulgaris Arithmetica scriptores, expressè non doceant, nisi vulgaris numeri eam radicem inuenire, quæ à nobis prima aut secunda dicitur: adhuc verum erit, quod in hac quarta parte capituli tertij, vel etiam in appendice libri primi Logisticae, non proponamus nisi vulgarem Arithmetica, aliquantulum ampliatam.

Quinto. In quinta parte capituli tertij, nihil vt ita dicam noui proponitur: sed tantum notatur, quomodo per ea quæ continentur præcedentibus eiusdem capituli partibus, contrahi possint longiores Logisticae scriptiones: atque inueniri, numerus minus compositus, æquiualens alteri magis composito.

M

Sexto.

Sexto . In quarto capite libri primi , proponitur *Antithesis* , quæ nihil aliud docet , quam ex vna æquationis parte , mutato signo , transferre numerum , ad partem oppositam . Iam verò , ex ipsa intelligentia numerorum , quos positiuos , aut negatiuos appellamus : satis constat , vnum numerum sub contrario signo alteri addere : æquiualemter idem esse , ac numerum cuius signum mutatur , ab altero auferre ; (qua de re , satis multa dicta sunt in præcedenti reflexione , quando egimus de Logistica subtractione) ex quo patet , in *Antithesi* , æquiualemter , ab æqualibus æqualia auferri , vt iterum habeantur æqualia . An forte nouum est in vulgari *Arithmetica* , à duobus numeris inter se æqualibus , æquales numeros auferendo , inuenire duos alios numeros inter se æquales ? praxis , qua hoc fit in vulgari *Arithmetica* , non aliter differt à praxi , qua idem fit in *Antithesi* : quam subtractio vsitata in vulgari *Arithmetica* , differt à subtractione Logistica , vt satis constat ex ijs quæ circa Logisticam subtractionem notauimus in præcedenti reflexione .

Septimo . In quinto capite libri primi , traditur , quomodo per ea , quæ tertio aut quarto capite proponuntur , longiores scriptiões Logisticae , reduci possint ad magis compendiatas , atque prioribus æquiualemtes : atque adeo in hoc quinto capite nihil proponitur nouum , atque diuersum ab ijs , quæ traduntur præcedentibus capitibus ; sed tantum notatur aliqua commoditas , resultans ex ijs , quæ prius tradita sunt .

Octauo . Si rectè consideres , quæ traduntur capite sexto aut septimo libri primi , nihil propemodum inuenies , nisi vsum regulæ aureæ , maxime notum in vulgari *Arithmetica* : præsupposita tamen scriptiõnum Logisticarum notitia ; vel certè cum ipsa regula aurea adhibitas aliquas praxes capitum præcedentium .

Quæ hæcenus annotauimus , mihi videntur sufficere , vt constet , in tertio , quarto , quinto , sexto , & septimo capite , libri primi Logisticae , tradita circa numeros Logisticos , in vulgari *Arithmetica* vsitata esse circa numeros vulgares : aut ex his deriuari .

Circa octauum caput libri primi Logisticae nihil occurrit notatu dignum , continet enim definitiones , aut alia aliqua principia nostræ Logisticae .

R E.

REFLEXIO VI.

Regula Logistica, nihil continet, quod in vulgari Arithmetica vsitatum non sit, circa numeros vulgares: atque hinc satis manifestum est, quomodo deriuetur ex vulgari Arithmetica.

Quemadmodum operationes Logisticae, differunt ab operationibus vulgaris Arithmeticae: ita propemodum Logisticae regula, differt ab ijs, quae maximè vsitatae sunt in vulgari Arithmetica. In Logisticis operationibus, fiunt circa numeros Logisticos: quae vulgaris Arithmetica docet circa numeros vulgares; pari modo, quod in Logisticae regula praescribitur circa numeros Logisticos: in vulgari Arithmetica vsitatum est circa vulgares numeros. Ut hoc constet, prius considero singulas partes regulae Logisticae; deinde totum ordinem quem praescribit haec regula; etenim, si neque in partibus, neque in ordine quo partes sibi succedunt, aliquid inueniatur, quod circa vulgares numeros vsitatum non sit apud eos, qui vtuntur vulgari Arithmetica: etiam constabit quomodo Logisticae nostrae regula, deriuata sit ex vulgari Arithmetica.

Primum Logisticae nostrae regulae praescriptum est: ut obseruetur aliquis numerus, ex cuius cognitione dependeat solutio quaestionis, quae proponitur. An forte apud eos, qui vulgari Arithmetica vtuntur, nouum est, considerando quaestionem propositam, reflectere, ex quo dependeat eius solutio? Si Arithmetico proponatur numerus indicans 120 Iulios, reducendus ad numerum æquivalentem, atque indicantem Scuta; vel petatur, quot Scuta constituant 120 Iulij; non faciliè inuenies aliquem tam rudem, qui statim considerando propositam quaestionem, non aduertet, ipsi sciendum esse, quot Iulij æquiualeant vni Scuto: ac petat hoc sibi indicari, si fortè nesciat 10 Iulios æquiualeare vni Scuto. Igitur nouum non est in vulgari Arithmetica, considerando propositam quaestionem, reflectere ad aliquem numerum, ex cuius cognitione inferri potest quaestionis solutio: qualis numerus, in proposito exemplo, est numerus 10 Iuliorum vni Scuto æquiualeans.

Secundum Logisticae nostrae regulae praescriptum est: ut quaestionis propositum exercendo per numerum assumptum, inueniatur æquatio, &c. Quid hoc praescripto magis commune in ea vulgaris Arithmeticae regula, quae falsi regula appellatur? In hac regula per

M 2

assum-

assumptum vulgarem numerum, quæstionis propositum exercetur: idque in hunc finem, vt inueniatur numerus, qui proposito ac cognito alicui numero æqualis sit; quod cum ignorare non possit aliquis, qui præticam vulgarem Arithmeticam didicerit vltiori expositione non indiget.

Tertium Logistica nostræ regulæ præscriptum est: vt æquatio minus simplex, aut commoda, reducatur ad aliam magis simplicem, aut commodam. Quid aliud sit, quando Exempli gratia in vnâ summam colliguntur plures numeri Scutorum, Iuliorum, &c. separatim scripti? Etenim plura minora credita addere, atque in vnâ summam colligere, aliud non est, quam æquationem consistentem inter totum creditum, & plures minores numeros, reuocare ad simpliciore, atque commodiore æquationem, consistentem inter totum creditum & vnum numerum illud indicantem.

Quartum Logistica nostræ regulæ præscriptum est: vt inuenta simplicior æquatio resoluator, &c. Ex æquatione consistente inter 20 Iulios & 2 Scuta, inuenire quot Scutis æquantur, siue æquivalent 120 Iulij: est resolvere priorem æquationem, Similiter pro simplicium æquationum resolutione, quæ in Logistica regulæ præscribitur: nihil requiritur nisi regula aurea maxime vtitata in vulgari Arithmetica, quare in vulgari Arithmetica omni ex parte nouum dici non potest, quod præscribitur in quarta parte regulæ Logistica.

Ex his abunde constat, in nulla parte regulæ Logistica præscribi aliquid, quod vtitatum non sit in Arithmetica vulgari. Reliquum est vt videamus, vtrum ex partibus simul positis resultans, vt ita dicam tota regula, constituat complexum aliquod incognitum vulgari Arithmetica. In quem finem, placet hic proponere eandem quæstionem, quæ pro exemplo regulæ affertur in nostra Logistica.

Quæstio hæc est. *Vrbis præsidium milites continet, quorum numerus ignoratur, hoc tamen scitur, quod si præsidium tertia sui parte augeretur, & insuper centum accederent, haberet milites 3000.*

Quæstio proposita solui potest hoc discursu. Facta hypothesi, quod tertia pars præsidij sint 10 milites: ergo totum præsidium erunt 30 milites: ergo 30 plus 10 æquantur 3000 minus 100: ergo 40 æquatur 2900; inuenta hac simplici æquatione, falsa tamen, eam resoluo, dicendo, 40 producit ex numero 10: numerus 2900 ex quo producit? Vel, inuenio 40 milites, supponendo tertiam præsidij partem esse 10 milites: vt inueniam 2900 milites, quot milites debent contineri tertia parte præsidij? Instituyendo regulam auream, inuenio 725; ex quo infero: ergo tertia pars præsidij, sunt

sunt 725 milites: adeoque totum præsidium sunt 2175 milites.

Ego mihi persuadeo, propositum discursum nihil prorsus continere, quod superet captum eorum, qui modice versati sunt in vulgari Arithmetica: cuius limitibus continentur longe difficiliora; immo totus discursus nihil continet, præter falsi regulam, in formæ Syllogistica propositam.

Si propositum hic discursum, conferas cum discursibus quibus cap. 9 libri primi Logistica, infertur solutio propositæ quæstionis: facile aduerteres, utrobique eodem modo observari Logisticæ regulam: immo vix inuenies differentiam, quæ aliunde resulet, quam ex numeris Logisticis aut vulgaribus; priores enim illic adhibentur, hic verò non adhibentur nisi vulgares numeri: Plura requiri non existimo, ut intelligatur, discursus ordinem, qui in Logisticæ regula præscribitur, nihil continere, quod superet vsum vulgaris Arithmeticæ.

Quandoquidem ex ijs, quæ hætenus breuiter proposuimus, constet, neque in vlla parte regulæ Logisticæ, neque in ordine quo partes sibi succedunt, aliquid inueniri, quod in vulgari Arithmetica nouum sit, atque diuersum à scriptionibus, aut numeris assumptis in nostra Logistica; satis manifestum est, vnde originem habeat; immo, non regulæ Logisticæ, sed potius Logisticæ numeris, atque compendiatæ scriptionibus, deberi singula, in quibus vulgaris Arithmeticæ vsum, superat vsum Arithmeticæ traditæ in Logistica; quidquid enim in duplici illa Arithmetica, diuersum est à compendiatæ scriptionibus, aut quæ ex huiusmodi scriptionibus resultant: utrique arbitror commune.

Quod in Logisticæ regula præscribitur, nihil aliud est, quam ordo discursus, qui sæpè commodus est, pro solutione problematum, atque ijs præscribitur qui recenter accedunt ad Logisticam. Partes regulæ Logisticæ, subinde omnes, subinde tantum aliquæ vtilis sunt: quemadmodum in regula aurea præscriptæ partes, subinde omnes, subinde tantum aliquæ vtilis sunt; Exempli gratia, in regula aurea præscribitur multiplicatio, & diuisio, tamen inutilis est diuisio, si ex datis tribus numeris, primus, est vnitas simplex; pari modo inutilis est multiplicatio, si ex datis tribus numeris, secundus vel tertius est vnitas simplex. Rursus licet in regula aurea absolute præscribatur, ut prius secundus numerus per tertium multiplicetur, ac deinde productum diuidatur per primum numerum: illud tamen necessario obseruandum non esse, patet ex ijs, quæ capite 8 notauimus: illic enim duos alios modos indicauimus, quibus institui potest regula aurea. Pari modo tamen sæpè commodus sit
totus

totus ordo præscriptus in regula Logistica, non ideo illicitum est ab hoc ordine recedere; immo quoties immediate, aut magis commode haberi potest æquatio, ad quam ordinantur priores regulæ partes: planè inutiliter adhiberentur: verùm quemadmodum huius generis monita negliguntur à scriptoribus Arithmeticæ vulgaris, ita etiam negliguntur in nostra Logistica.

R E F L E X I O VII.

Ex propositis derivationibus præcipuarum scriptionum nostræ Logistica, facilè infertur, reliquarum scriptionum derivatio. Præterea licet præcipua differentia, quæ invenitur inter vulgarem & Logistica nostræ Arithmetica practicam, vel consistat in compendiatæ scriptionibus, vel ex illis resultet: atque adeo parua videri possit differentia inter vulgarem & Logistica nostræ Arithmetica practicam; tamen parua non est Logistica nostræ utilitas: quæ in parua, ut ita dicam, scriptionum diuersitate fundata est.

P Ræcipua omnia quæ pertinent ad compendiatam scriptionem nostræ Logistica, proposita sunt in superioribus reflexionibus: in quibus nihil dictum est, de characterè $=$, qui compendiate repræsentat vocem *æquatur*, vel vocem *æquualet*; vel de characterè \approx , qui compendiate repræsentat voces *quod etiam æquatur*, siue, *quod etiam æquualet*; vel de characterè, o , quando compendiate repræsentat vocem *oppositum*; vel de paucis alijs eiusmodi characteribus; quandoquidem enim ostensum sit, in vulgari Arithmetica nullo modo novum esse, sed communi vsu receptum, aut lineolas, aut alios characteres assumere, quibus compendiate voces repræsententur: satis manifestum est, quomodo nostra Logistica vulgarem Arithmetica imitetur, in singulis illis characteribus, quos tantum assumit, ut compendiate repræsentet aliquas voces, quas compendiate repræsentare commodum est: vel quia frequenter recurrunt, vel quia ad longum scriptæ, causant aliquam molestiam, siue minorem commoditatem; quoniam verò, tales videntur characteres assumpti in nostra Logistica, de quibus non egimus in præcedentibus reflexionibus: etiam superfluum existimo, pluribus exponere, quomodo deriuentur ex vulgari Arithmetica.

si re-

Ex Arithmetica vulgari. 95

Si recte consideres præcipua illa capita in prima reflexione proposita, quibus diximus contineri, tum vulgaris, tum etiam Logistica nostræ Arithmetica prædicam: atque his addas, quæ in secunda reflexione dicta sunt, de convenientia, atque differentia numerorum qui considerantur in vtraque ista Arithmetica: non difficulter inferes, præcipuam differentiam quæ inuenitur inter vulgarem & Logisticam nostræ Arithmetica prædicam, haberi à compendiatas scriptionibus; quod si nobis ipsis fatentibus verum est, facile aliquis suspicari posset, atque inferre: ex tam parua differentia, magni momenti vtilitatem nasci, aut resultare non posse: quid hinc vterius sequatur, nemo non videt. Verum ne ex erronea eiusmodi præmissa aliquis inferat, erroneas conclusiones, nobis contrarias: rogo ut meminerit, ex parua scintilla contempta maximum nasci posse incendium. Ex leui errore in principiis, sequi posse falsitates maxime enormes. Totius Arithmeticae atque Geometriae principia, pauca esse, & ut ita dicam satis contemptibilia, & obuia: tamen quam pulchræ, quam viles, quam sublimes, atque ab aliorum cognitione maxime remotæ veritates, solis Arithmetice atque Geometriae cognitæ, atque ex prædictis principiis deductæ inueniuntur? Prædica Arithmetica vulgaris, decem notas assumit, ut compendiate repræsentet numeros: tolle has notas, & euertes vniuersam, ut ita dicam, vulgarem Arithmetica prædicam: quandoquidem, non tantum molestum, verum etiam propemodum impossibile sit, vulgaris Arithmeticae operationes ac regulas institueri, circa numeros, qui neque planè parui sint, neque compendiatas scriptionibus repræsententur; quare si ex paucis compendiatas scriptionibus assumptis pro vulgari Arithmetica prædica, resultet tota eius vtilitas, quam prudens nemo negare potest maximam esse: etiam pauca aliæ compendiatæ scriptiones, assumptæ in nostra Logistica, atque additæ vulgaris Arithmeticae compendiatas scriptionibus: tales esse possunt, ex quibus resultet vtilitas: tantum, aut etiam longe amplius superans, vulgaris Arithmeticae vtilitatem: quantum, omnes Logistica nostræ scriptiones compendiatæ, siue characteres, superant decem vulgaris Arithmeticae characteres, ipsi etiam Logistica communes. Verum huius loci non est pluribus agere de vtilitate, aut prædica, aut speculatiua nostræ Logistica; de qua ut aliquid insinuem: suppono aliud esse Mathematicas veritates memoriter tenere, atque illarum sensum assequi: aliud verò esse, assequi quomodo Mathematicæ veritates cohereant cum principiis, aut ex illis legitime deducantur: sed tamen non minus primum, quam secundum sufficere, ut aliquis dicatur intelligere Mathesim,

aut

aut Mathematicas veritates; quo supposito, habemus duos modos intelligendi Mathematicas veritates, siue duplicem Matheseos intelligentiam; prior Matheseos intelligentia sufficit pro Historico: posterior requiri videtur pro Mathematico; iam verò agendo de posteriori illa Matheseos intelligentia, quæ altera longo intervallo superior est; eo tempore quo auditores mei, scriptam à me Logisticam adhibuerunt: passim expertus sum, paucorum mensium studio in Arithmetica, Geometria, atque vniuersæ Matheseos intelligentia, maiorem progressum: quam aut ego fecerim, aut ab alijs fieri viderim, spatio plurium annorum. Hoc si verum est: de utilitate nostræ Logisticæ satis multa, paucis indicaui. Quod verum sit, adductis rationibus non aliter probari potest, quam reliquæ veritates quæ experientia discuntur. Quare, illi qui mihi fidem denegat, aliud replicare non possum, nisi, veni & vide. Si tamen aliquis paulo attentius perlegat nostræ Logisticæ Ideam, prius speculative, ac deinde præctice declaratam: fortassis, absque alia experientia, non difficulter mihi præstabit fidem. Nemo enim, vt opinor, ignorat: in qualibet scientia, maximum compendium afferre, pro pluribus conclusionibus magis restrictis, substituere vnā magis vniuersalem, quæ restrictiores omnes simul amplectatur sua amplitudine: atque ita plurima, paucis complecti. Quandoquidem igitur Logistica nostra, huiusmodi compendia subministret, in veritatibus ad Mathesim spectantibus: nemo non videt, ex hoc capite maximum compendium resultare posse in rebus Mathematicis. Deinde, si nihil sit quod in scientijs maiorem claritatem afferat, quam remotis æquiuocationibus, clarè exposita habere principia, quibus vititur talis scientia: considerando, quod plurima Matheseos principia, apud alios, aut neglecta, aut male exposita, aut æquiuocationibus implicata: à nobis clare exponantur; vnusquisque facile concludet, nos non parum intelligibilitatis, ac luminis afferre rebus Mathematicis. Omitto cætera, quæ melius intelligi poterunt ex conscripta à nobis Logisticæ nostræ Idea; etenim præcipuum ferè lumen, quod viua voce afferro discantibus nostram Logisticam, dependet à duobus capitibus hic insinuat; ex primo, breuitas: ex altero, claritas resultat; denique ex breuitate composita cum claritate, resultare posse paulo ante annotatam Logisticæ nostræ utilitatem, non videtur difficulter credibile: Quoniam verò inter Matheseos principia numerantur definitiones, siue expositiones terminorum: atque ab ipsa expositione terminorum resultet lumen, quod viua vox, affert meis auditoribus: mirandum non est, præter tenebras propemodum nihil videre in nostra Logistica, qui illam considerant,

derant , neglecta terminorum expositione quæ à nobis affertur : atque terminis quibus utimur , eam significationem attribuunt , quam ipsi somniantur : ex quo fit quod de Logistica nostra somniantibus proportionata proferant iudicia ; verum quid huiusmodi somniantores statuunt parum laboro ; si vigilantior aliquis aduerterit me alicubi in errorem incidisse , moneri desidero , ut corrigam errorem meum ; etenim in scribendo ultimus finis mihi propositus , alius non est , quam pro viribus prodesse quam plurimis .

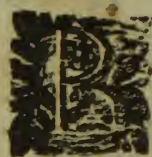
Ad maiorem Dei gloriam .

A P P E N D I X

I N Q U A

Luditur in numeris.

A R G V M E N T V M .



*R*astica Arithmetica , non aliter melius discitur , quam exercitio : hoc est , frequenter instituendo Arithmeticas operationes ; huic exercitio annexus labor , magna ex parte subleuatur , atque imminuitur , quando curiositate alliciente suscipitur . Quamobrem , tradita Arithmetica practica , addo ludos aliquos , pro quibus requiruntur diuersæ operationes Arithmetica , etenim Arithmetica candidati , examinando an in diuersis numeris semper uniformis sit ludorum successus , non minus utiliter , sed fortassis minori studio exercebuntur in operationibus Arithmeticis , quam si occupentur circa numeros , casu tantum , vel exercitij gratia propositos . Non tamen sine ullo delectu quoslibet ludos Arithmeticos propono , sed tantum aliquos , ad indicatum finem , deductos ex primo vel secundo vniuersali theoremate , proposito pagina 89. nostræ Logistica : vel certe ex conceptu diuisionis ,

N

sionis, aut ex regula aurea. Ex ludis pro tyronibus propositis, pergo ad aliquas quæstiones, ex ipsis ludis natas: sed fortassis potius annumerandas maxime serijs Arithmeticoꝝ considerationibus, quam candidatoꝝ ludis. Denique pro quæstionum resolutionibus requisita aliqua theoremata, propono, ac demonstro: modo tamen, siue stylo vsitato in nostra Logistica.

Pro ludis Arithmeticis, prius exhibeo quinque diuersas praxes, alphabeti litteris subscribendi vulgares numeros: deinde expono ludos circa scriptos numeros. Vbique aduertendum est, quod exempli gratia, per numerum A, intelligi debeat numerus litteræ A subscriptus: siue numerus quem ex vi hypothesis significat littera A: quodque similiter per numeros B, C, D, &c. intelligendi sint numeri, istis litteris subscripti: vel ex vi hypothesis significati per tales litteras. Deinde quod per priores alphabeti litteras, repræsentem numeros qui incogniti supponuntur, illi, qui ludum proponit: eidem cogniti numeri repræsentantur per posteriores alphabeti litteras.

Praxis prima.

Primo. Litteris A & B, singulis, pro libitu numerus aliquis subscribatur. Secundo numeri A & B addantur, atque productum subscribatur litteræ C. Tertio numerorum A & B minor à maiori subtrahatur, & productum subscribatur litteræ D. Quarto numeri C & D addantur, & productum subscribatur litteræ E. Quinto numerorum C & D minor à maiori subtrahatur, & productum subscribatur litteræ F.

A	B
3	7
C	D
10	4
E	F
14	6

Exemplum numerorum scriptorum iuxta primam praxim, hic appositum habes: in hoc exemplo supponitur quod placuerit litteræ A subscribere numerum 3: & litteræ B, placuerit subscribere numerum 7. Ludi qui supponunt numeros scriptos iuxta hanc primam praxim, deriuantur ex theoremate primo vniuersali, quod in nostra Logistica proponitur pagina 89: atque ad numeros restrictum, asserit, quod qualescunque sint numeri A & B, atque differentia numerorum A & B, sit D: aggregatum vero numerorum A & B, sit C: tunc numerorum A & B maiorem, æquari aggregato ex dimidio D & dimidio C; verum numerorum A & B, minorem æquari differentia dimidij D, & dimidij C.

Pra-

Praxis secunda.

Primo. Litteræ A, pro libitu cuius numerus subscribatur, maior tamen quam sit numerus X: quem numerum X sibi pro libitu assumit, qui alteri præscribit ordinem, quo singulis litteris numeros debet subscribere, atque adeo præscribenti cognitus supponitur. Secundo, numerus X addatur numero A, & productum subscribatur litteræ B. Tertio, numerus X subtrahatur ex numero A, vel numerus A subtrahatur à numero X, & productum subscribatur litteræ C. Quarto, numerus B addatur numero C, & productum subscribatur litteræ D.

	A	
	16	
	B	C
	22	10
	D	
	32	

Exemplum habes hic appositum, in quo supponitur placuisse litteræ A subscribere numerum 16; atque præscribenti cognitum numerum X, esse 6. Ludi qui supponunt numeros scriptos iuxta hanc praxim, deriuantur ex eodem theoremate, ex quo diximus deriuari ludos, qui supponunt numeros scriptos iuxta primam praxim.

Praxis tertia.

Primo. Litteræ A subscribatur cuius numerus pro libitu. Secundo, duplum numeri A, subscribatur litteræ B. Tertio, triplum numeri A, subscribatur litteræ C. Quarto, numerus B, addatur numero C, & productum subscribatur litteræ D.

	A	
	13	
	B	
	26	
	C	D
	39	65

Exemplum appositum, supponit, placuisse litteræ A subscribere numerum 13. Ludi in quibus supponuntur numeri scripti iuxta hanc praxim deriuantur ex conceptu diuisionis, ut indicatur ad subsequentem praxim, in qua paulo vniuersalius proponitur, quod hic magis restrictum est.

Praxis quarta.

Primo. Litteræ A, cuius numerus subscribatur; atque à præscribente assumantur cuius duo numeri, quorum vnum hic appello

N 2

pello X, alterum Z. Secundo numerus A ducatur in numerum X, atque productum subscribatur litteræ B. Tercio numerus A ducatur in Z, atque productum subscribatur litteræ C. Quarto numerus B addatur numero C, atque productum subscribatur litteræ D.

Habes appositum exemplum, in quo placuit litteræ A subscribere 7; atque pro numero X assumere 4; denique pro numero Z assumere 9. Ludi in quibus supponuntur numeri scripti iuxta hanc praxim, deriuantur ex conceptu diuisionis: ex quo conceptu, satis patet, quod qualescunque sint numeri A, X, Z, atque $A \text{ in } X \div Z = C \div B$: etiam $C \div B \text{ per } X \div Z = A$: & præterea $C \div B \text{ per } A = X \div Z$.

A	
7	
B	
28	D
	91
C	
56	
X	Z
4	9

Praxis quinta.

Primo. Litteræ A, subscribatur quilibet numerus, maior tamen numero X, assumpto à præscribente. Secundo numero A addatur numerus X, & productum subscribatur litteræ B. Tercio numerus A ducatur in numerum X, & productum subscribatur litteræ C. Quarto numerus B ducatur in numerum B, & productum subscribatur litteræ D. Quinto numerus C ducatur in numerum 4, & productum subscribatur litteræ E. Sexto numerorum D & E minor à maiori auferatur, & productum subscribatur litteræ F. Septimo inueniatur radix prima numeri F, atque subscribatur litteræ G.

In appposito exemplo, supponitur, placuisse litteræ A subscribere 7, & à præscribente, per numerum X intelligi 3. Ludi in quibus supponitur scriptio hic proposita, deriuantur ex theoremate secundo, quod in nostra Logistica proponitur pagina 89. In hoc theoremate docetur, qualescunque sint numeri, quorum maior A minor X: atque insuper $X \div A = B$: & etiam $X \text{ in } A = C$; necessario verum esse, quod $A - X = 1 R 1 * B 2 - 4 C$.

A	
7	
B	C
10	31
D	E
100	84
F	G
16	4
X	
3	

Pri-

Primus ludus Arithmeticus.

In quo ex indicato vno alteroue ex scriptis numeris,
inuenio alios.

Primo. Suppositis numeris scriptis iuxta primam praxim, si mihi indices numeros E & F, sumendo singulorum istorum numerorum dimidium habebō duos alios numeros A & B. Sic quia in exemplo appōsito primæ praxi, numerus E est 14, eius dimidium erit 7, siue numerus B; & quia numerus F erat 6, eius dimidium est 3, siue numerus A.

Secundo. Suppositis numeris scriptis iuxta secundam praxim, si mihi indices numerum D, sumendo eius dimidium inuenio numerum A. In exemplo secundæ praxi numerus D est 32, sumendo eius dimidium habetur numerus A, qui est 16.

Tertio. Suppositis numeris scriptis iuxta tertiam praxim, si mihi indices numerum D, hunc diuidendo per numerum 5, inuenio numerum A. In exemplo tertie praxi, numerus D est 65, quem diuidendo per 5, inuenitur numerus A, qui est 13.

Quarto. Suppositis numeris scriptis iuxta quartam praxim, si mihi indices numerum D, hunc numerum diuidendo per aggregatum numerorum X & Z (qui numeri singuli supponuntur mihi cogniti) inuenio numerum A. In exemplo quartæ praxi numerus D est 91: & quia X est 4, atque insuper Z est 9, aggregatum X & Z erit 13: denique 91 diuidendo per 13, inuenitur numerus A, qui est 7.

Quinto. Suppositis numeris scriptis iuxta quintam praxim, si mihi indices numerum G, illi addendo numerum X (qui supponitur mihi cognitus) inuenio numerum A. In exemplo quintæ praxi numerus G est 4, cui addendo numerum X qui est 3, habetur numerus A, qui est 7.

Secun-

Secundus ludus Arithmeticus.

In quo præscribo, quid fieri debeat circa numeros iuxta superiores praxes scriptos, atque ex alijs assumptis numeris productos, ut iterum habeantur assumpti numeri.

Primo. Suppositis numeris scriptis iuxta primam praxim: assero, quod diuidendo singulos numeros E & F per numerum 2, inuenies singulos numeros A & B. In exemplo primæ praxis numerus E est 14, quem diuidendo per 2, habetur numerus B qui est 7: præterea numerus F est 6, quem diuidendo per 2, habetur numerus A qui est 3.

Secundo. Suppositis numeris scriptis iuxta secundam praxim: assero, quod diuidendo numerum D, per numerum 2: siue sumendo dimidium numeri D: habebis numerum A. In exemplo secundæ praxis numerus D est 32, sumendo eius dimidium, habetur numerus A qui est 16.

Tertio. Suppositis numeris scriptis iuxta tertiam praxim: assero, quod numerum D diuidendo per numerum 5: siue sumendo quintam partem numeri D: habebis numerum A. In exemplo tertiæ praxis, numerus D est 65: sumendo huius numeri quintam partem, habetur numerus A qui est 13.

Quarto. Suppositis numeris scriptis iuxta quartam praxim: assero, quod diuidendo numerum D per aggregatum numerorum X & Z (qui duo numeri X & Z supponuntur mihi cogniti, adeoque illorum aggregatum mihi cognitum est, atque illud assigno pro diuifore) inuenietur numerus A. In exemplo quartæ praxis, numerus D est 91: aggregatum numerorum X & Z est 13: denique numerum 91 diuidendo per numerum 13, habetur numerus A qui est 7.

Quinto. Suppositis numeris scriptis iuxta quintam praxim: assero, quod numero G addendo numerum X (qui numerus X mihi cognitus supponitur, atque illum assigno pro additione) inuenietur numerus A. In exemplo quintæ praxis numerus G est 4, cui addendo numerum X qui est 3, habetur numerus A qui est 7.

Ter-

Tertius ludus Arithmeticus.

In quo præscribo, quid fieri debeat circa numeros iuxta superiores praxes scriptos, ut habeatur aliquis numerus mihi cognitus.

Primo. Suppositis numeris scriptis iuxta primam praxim: assero, quod diuidendo maiorem ex numeris E & F, per maiorem ex numeris A & B: habebis numerum 2; & similiter diuidendo minorem ex numeris E & F, per minorem ex numeris A & B, inuenies numerum 2. In exemplo primæ praxis, maior ex numeris E & F est 14. hunc numerum diuidendo per maiorem ex numeris A & B, qui est 7: habetur numerus 2. Similiter minor ex numeris E & F, est 6: hunc numerum diuidendo per minorem ex numeris A & B, qui est 3: habetur numerus 2.

Secundo suppositis numeris scriptis iuxta secundam praxim: assero, quod diuidendo numerum D per numerum A, inuenies numerum 2. In exemplo secundæ praxis, numerus D est 32, quem diuidendo per numerum A qui est 16, habetur numerus 2.

Tertio. Suppositis numeris scriptis iuxta tertiam praxim: assero, quod diuidendo numerum D per numerum A, inuenies numerum 5. In exemplo proposito in tertia praxi, numerus D est 65: hunc numerum diuidendo per numerum A qui est 13, habetur numerus 5.

Quarto. Suppositis numeris scriptis iuxta quartam praxim: assero, quod diuidendo numerum D per numerum A, inuenies numerum qui est aggregatum numerorum X & Z (quod aggregatum mihi cognitum est, quandoquidem singuli numeri X & Z supponantur mihi cogniti: ac propterea assignare possum quem numerum inuenies) quod aggregatum non in litteris, sed in numero assigno. In exemplo quartæ praxis numerus D est 91: quem numerum diuidendo per numerum A qui est 7: habetur numerus 13, qui est aggregatum numerum X & Z, quandoquidem numerus X sit 4, & numerus Z sit 9.

Quinto. Suppositis numeris scriptis iuxta quintam praxim: assero, quod ex numero A subtrahendo numerum G, inuenies numerum X (qui numerus X supponitur mihi cognitus) atque numerum X non per litteram, sed per numerum indicando, assigno numerum quem inuenies per subtractionem. In exemplo quintæ praxis, numerus

merus A est 7: ex hoc numero subtrahendo numerum G qui est 4, habetur numerus X qui est 3.

Quartus ludus Arithmeticus.

In quo præscribo, quid fieri debeat circa numeros iuxta superiores praxes scriptos, ut habeatur numerus mihi assignatus, qualiscunque ille sit, exempli gratia numerus 25.

Primo. Suppositis numeris scriptis iuxta primam praxim: assero, quod maiorem ex numeris E & F diuidendo per maiorem ex numeris A & B inuenies numerum, cui si addas 3, atque hoc productum ducas in se ipsum, habebis numerum 25. In exemplo primæ praxis maior ex numeris E & F est 14: & numerorum A & B maior est 7: quare 14 diuidendo per 7 habetur numerus 2: huic numero addendo 3, habetur numerus 5: denique numerum 5 ducendo in numerum 5, habetur numerus 25.

Secundo. Suppositis numeris scriptis iuxta secundam praxim: assero, quod numerum D diuidendo per numerum A, inuenies numerum, cui si addas 7, atque hoc productum subtrahas ex numero 34, habebis numerum 25. In exemplo secundæ praxis, numerus D qui est 32, diuisus per numerum A qui est 16, producit numerum 2: cui addendo 7 habetur 9: denique ex numero 34 subtrahendo numerum 9, habetur numerus 25.

Tertio. Suppositis numeris scriptis iuxta tertiam praxim: assero, quod numerum D diuidendo per numerum A, inuenies numerum, quem ducendo in seipsum habebis numerum 25. In exemplo tertie praxis, numerus D est 65: quem diuidendo per numerum A qui est 13, habetur numerus 5: & numerus 5 ductus in numerum 5 producit 25.

Quarto. Suppositis numeris scriptis iuxta quartam praxim: quodque aggregatum numerorum X & Z mihi cognitum sit 13: assero, quod numerum D diuidendo per numerum A, inuenies numerum, cui addendo 12 habebis numerum 25. In exemplo quartæ praxis, numerus D est 91: quem diuidendo per numerum A qui est 7, habetur numerus 13: cui addendo numerum 12 inuenitur numerus 25.

Quinto. Suppositis numeris scriptis iuxta quintam praxim, quodque numerus X mihi cognitus sit 3: assero, quod ex numero A sub-

tra-

trahendo numerum G inuenies numerum, cui addendo numerum 22, inuenies numerum 25. In exemplo quintæ praxis numerus A est 7, ex hoc numero subtrahendo numerum G qui est 4, habetur numerus 3, cui addendo 22 habetur numerus 25.

Nota primo. Ludos Arithmeticos parum prodesse apud eos, qui ludos non ignorant; deinde magis placere quo minus apparet quomodo fiat quod vident fieri. Hinc tertio ludo quartum addidimus, qui ut ita dicam, quo ad substantiam, à tertio non differt: sed ab illo tantum differt, quo ad aliquod condimentum; etenim tam in tertio, quam in quarto ludo, per aliquot operationes institutas circa numeros, saltem magna ex parte mihi incognitos, efficio, ut habeatur numerus mihi cognitus; hunc numerum, in tertio ludo immediate indico: atque adeo tertius ludus simplicior est, & si sæpius repetatur, minus difficulter aduertere potest eius fundamentum; verum in quarto ludo ulterius adduntur aliqua, quæ talia sunt, ut apud eos, qui ludum nouerunt, manifestum sit & quare fiant, & quam diuersimode fieri possint: verum apud eos, qui ludum ignorant, tales tenebras causare possunt, ut nullum in ludo coherentiam aduertant: atque adeo ludum reddant magis inperceptibilem, atque gratiorem.

Nota secundo. Quemadmodum hic quinque modis diuersis effeci, ut ex numeris maxima ex parte mihi ignotis, semper habeatur idem numerus 25; ita effici posse ut habeatur quouis alius numerus: & quomodo id fieri possit, videtur tam manifestum, ut ulteriori declaratione non indigeat, etiam apud eos, qui non nisi mediocriter versati sunt in vulgari Arithmetica practica: quibus ignotum esse non potest, quid fieri possit circa cognitum aliquem numerum, ut habeatur alius numerus etiam cognitus: etenim præter hoc vnum, nihil in hoc quarto ludo proponitur diuersum ab ijs, quæ in tertio ludo proponuntur.

Quintus ludus Arithmeticus.

In quo præscribitur, quid fieri debeat circa numeros iuxta superiores praxes scriptos, ut habeatur numerus K, ab alio mente conceptus, atque mihi incognitus.

Primo. Suppositis numeris scriptis iuxta primam praxim: hæc ulterius præscribo. Primo, ut minor numerorum E & F, diuidatur per minorem numerorum A & B, atque productum subscribatur litteræ G. Secundo, ego assumo aliquem numerum R, exempli

pli gratia 5, & iubeo vt numerus K mente conceptus diuidatur per numerum 5 siue R, atque productum subscribatur litteræ H. Tertio vt triplum numeri 5 siue R, diuidatur per numerum G, & productum subscribatur litteræ L. Quarto vt numerus H ducatur in numerum L, & productum subscribatur litteræ M. His peractis, assero, quod si ex numero M auferas tertiam partem, residuum erit numerus K, abs te mente conceptus. Pro exemplo suppono numeros scriptos vt in prima praxi repræsentantur, atque conceptum abs te numerum esse 45, His positis, numerus G erit 2: item numerus H erit 9: item numerus L erit 7 $\frac{1}{2}$: item numerus M erit 67 $\frac{1}{2}$, à quo auferendo tertiam partem, quæ est 22 $\frac{1}{2}$, habetur numerus 45, hoc est numerus K.

Secundo. Suppositis numeris scriptis iuxta secundam praxim, hæc vltius præscribo. Primo vt numerus D diuidatur per numerum A, atque hoc productum subscribatur litteræ G. Secundo, ego assumo aliquem numerum R, exempli gratia 7, & iubeo vt numerus K mente conceptus, diuidatur per numerum 7 siue R, atque productum subscribatur litteræ H. Tertio, vt triplum numeri 7 siue R, diuidatur per numerum G, & productum subscribatur litteræ L. Quarto vt numerus H ducatur in numerum L, & productum subscribatur litteræ M. His peractis, assero, si ex numero M auferas tertiam partem, residuum erit numerus K abs te mente conceptus. Pro exemplo suppono numeros scriptos vt repræsentantur in secunda praxi, atque conceptum abs te numerum K esse 56. His positis, numerus G erit 2: Item numerus H erit 8: item numerus L erit 10 $\frac{1}{2}$: item numerus M erit 84, à quo auferendo tertiam partem quæ est 28, habetur numerus 56, hoc est numerus K.

Tertio. suppositis numeris scriptis iuxta tertiam praxim; hæc vltius præscribo. Primo, vt numerus D diuidatur per numerum A, atque hoc productum subscribatur litteræ G. Secundo ego assumo aliquem numerum R, exempli gratia 7, & iubeo vt numerus G diuidatur per 7 siue R, & productum subscribatur litteræ H. Tertio, vt numerus K diuidatur per numerum H, & productum subscribatur litteræ L. His peractis, assero, quod numerum H ducendo in numerum L, inuenies numerum K à te mente conceptum. Pro exemplo, suppono numeros scriptos vt repræsentantur in tertia praxi, atque conceptum numerum K esse 30. His positis, numerus G erit 5: item numerus H erit 5: item numerus L erit 42: denique numerus H siue 5 ducendo in numerum 42, habetur numerus 30. hoc est numerus K.

Quar-

Quarto, suppositis numeris scriptis iuxta quartam praxim, hæc ulterius præscribo. Primo ut numerus *D* diuidatur per numerum *A*, atque hoc productum subscribatur litteræ *G*. Secundo, ut numerus *K* diuidatur per numerum *G*, atque productum subscribatur litteræ *H*. Tertio, ego assumo aliquem numerum *R*, exempli gratia 3, & iubeo ut numerus *H* ducatur in numerum *R*, atque productum subscribatur litteræ *L*. Quarto ut numerus *G* diuidatur per numerum 3 siue *R*, & productum subscribatur litteræ *M*. His peractis, assero, quod numerum *L* ducendo in numerum *M*, inuenies numerum *K* à te mente conceptum. Pro exemplo suppono numeros scriptos ut representantur in quarta praxi, atque conceptum à te numerum *K* esse 40. His suppositis, numerus *G* erit 13. item numerus *H* erit $3\frac{1}{13}$: item numerus *L* erit $9\frac{3}{13}$: item numerus *M* erit $4\frac{1}{13}$: denique numerum *L*, hoc est $9\frac{3}{13}$, ducendo in numerum *M* hoc est $4\frac{1}{13}$, inuenies numerum *K* hoc est 40.

Quinto. Suppositis numeris scriptis iuxta quintam praxim, hæc ulterius præscribo. Primo, ut litteræ *G* subscribatur idem ille numerus, qui in quinta praxi vocatur *G*: vel quiuis alius iuxta quintam praxim scriptus, aut ex illis utcumque productus: vel denique quiuis numerus pro libitu assumptus. Secundo, ut fiant quæ hic præscripsimus suppositis numeris scriptis iuxta tertiam, vel quartam praxim: utrouis enim modo prodibit numerus *K* à te mente conceptus.

Quæ in hoc quinto ludo Arithmetico præscribuntur dependent à regula aurea, non tamen instituta priori modo quo docetur capite 8 huius opusculi, quemque illic notauimus commodiorem esse: sed à regula aurea instituta, secundo, aut tertio modo insinuato in supra citato capite: vel certe à regula aurea, quæ mediante sola diuisione absoluitur. An alij Arithmetici aduerterint, vel sola diuisione, vel sola multiplicatione in quouis casu absolui posse regulam auream, prorsus ignoro: apud neminem id notatum inueni; quapropter utrumque illum modum instituendi regulam auream, sub quæstionis titulo propono; prius tamen pauca aliqua insinuanda sunt circa propositos ludos Arithmeticos.

Ludus Arithmeticus gratior est, quo meliori modo proponitur; insinuaris ludis Arithmetice aliunde petita ornamenta addere nolui, tum ne essem longior, tum etiam ne videar potius iocari, quam serio ludere; ego certe inutiles aut pueriles iocos non apprehendo in ludis propositis: etenim utile dulci miscendo, discipulorum profectum curare: non est pueriliter iocari; iam vero, quo fine ludos

Arithmeticos proposuerim, iatis insinuai initio huius appendicis. Deinde ipsos ludos, legitimo discursu deducere ex fontibus ex quibus derivantur, tam facile non est, ut post mediocre profectum dedecet speculativæ Arithmeticæ studiosum. Præterea me non parum iuuant, ut commode, & plures simul, etiam aliquo modo inuitos traham ad examen, ex quo mihi sufficienter constet, quantum profecerint in practica Arithmetica; modum in unico exemplo insinuo. Exempli gratia, pronuntio, quod si ex pluribus præsentibus singuli scribant numerum pro libitu, mihi ignotum: atque circa scriptum numerum instituunt paucas operationes à me præscribendas: effecturum me, ut singuli (tamen si diuersum numerum scripserint) habeant eundem, atque mihi cognitum numerum. Vel certe effecturum me, ut apud singulos ultimæ operationis productum, sit ille numerus, quem me incito subscripserint litteræ *K*. Quando huiusmodi propositiones audiuntur, curiositas inuitat ad exprimendum; & paucos inuenies, qui nolint experientia discere veritatem: quam dum volunt experiri, nihil simile suspicantes, sese sistant examini. Si prioris propositionis veritas probanda est, quartum ludum adhibeo; pro posteriori propositione adhibeo quintum ludum: atque ex diuersis modis quos singuli ludi admittunt, illum eligo, qui requirit operationes circa quas volo instituere examen. Denique, si dicant me aberrasse, certo concludo ipsos nescire præscriptas operationes; si dicant me non aberrasse, constat mihi, præscriptas à me operationes legitime ab ipsis institutas esse.

Paulo superius monuimus, quintum ludum hic propositum, derivari ex regula aurea, de qua agitur capite 8 huius opusculi: ubi offertur triplex modus diuersus inueniendi numerum, quem per hanc regulam inquire diximus; in singulis tamen modis præscribitur multiplicatio, & diuisio: atque ab his modis instituendi regulam auream, diuersus est aliquis modus, qui adhibetur in quinto ludo: quandoquidem non præscribat multiplicationem. Hinc nascitur argumentum subsequentiū questionum, in quibus inquitur, an sola multiplicatio, vel sola diuisio sufficiat, tum pro regula aurea circa propositos quoslibet numeros instituenda: tum etiam pro regula aurea, instituenda in casu in quo aliquis ex datis tribus numeris est unitas: quo casu non differi à duabus postremis operationibus Arithmeticis, quarum altera multiplicatio, altera diuisio dicitur. Prædictis questionibus, addo alteram, prioribus affinem, eam ex capite, quod ad eius intelligentiam requiratur distinctio, quæ intercedit inter diuisionem, de qua agit Arithmetica, quando docet numerum in partes diuidere: & diuisionem, de qua agit Geometria, quando docet lineam rectam diui-

dividere in partes . His quæstionibus accedunt theorematum quibus innituntur quæstionum solutiones .

Quæstio I.

Quomodo ex datis quibuslibet tribus numeris vulgaribus ,
inueniri possit quartus proportionalis, mediante
sola diuisione .

Solutio . Ex datis tribus numeris primus diuidatur per secundum , vel per tertium numerum : atque per productum ex hac diuisione , diuidatur reliquus numerus . Sic enim producetur quartus proportionalis quæsitus , & per solam diuisionem absoluetur regula aurea .

Exempli gratia , primus numerus sit 12 . Secundus numerus sit 3 . Tertius numerus sit 20 . Primum numerum 12 , diuidendo per secundum numerum 3 : habetur numerus 4 . Deinde , tertium numerum 20 , diuidendo per inuentum numerum 4 : habetur numerus 5 ; qui est quartus proportionalis quæsitus . Rursus primum numerum 12 , diuidendo per tertium numerum 20 : habetur numerus $\frac{12}{20}$. Deinde secundum numerum 3 , diuidendo per inuentum numerum $\frac{12}{20}$: habetur numerus 5 ; qui est quartus proportionalis quæsitus . Solutionem in quolibet calu legitimam esse , constat ex primo theoremate mox proponendo .

Quæstio II.

Quomodo ex datis quibuslibet tribus numeris vulgaribus ,
inueniri possit quartus numerus proportionalis ,
mediante sola multiplicatione .

Solutio . Primo , assumatur numerus cuius numerator sit vnitas , denominator vero sit primus numerus propositus ; quomodo hoc commode fiat , quando primus datus numerus fractus est , dicitur in nota . Deinde assumptus numerus ducatur in secundum datum numerum . Denique hoc productum ducatur in tertium datum numerum . Sic enim habebitur quartus proportionalis quæsitus .

Nota . Scriptione vsitata in vulgari Arithmetica , exhibere numerum

merum cuius numerator sit unitas, denominator vero sit propositus numerus: commodum est, quando propositus numerus est vulgaris integer: etenim hoc casu, sufficit, interposita lineola unitati subscribere propositum numerum; idem tamen ita commodum non est, quando propositus numerus est vulgaris fractus; quia interposita lineola unitati fractionem subscribere, vstitutum non est in vulgari Arithmetica; ut hoc fiat praxi vstitutata in nostra Logistica, potest interposita lineola unitati subscribi fractio, representata mediante particula *per*; verum hæc scriptio non facit ad præsentem casum, in quo agimus cum illis, qui tantum didicerunt vulgarem Arithmetica, aut non vtuntur, nisi scriptionibus vstitutatis in vulgari Arithmetica. Ut huiusmodi scriptione, saltem æquiualeuter, & commodè exprimatür numerus, cuius numerator sit unitas, denominator vero sit propositus fractus numerus vulgaris: sufficit propositum fractum numerum inuertendo, efficere, ut eius numerator fiat denominator, & vicissim eius denominator fiat numerator. Exempli gratia, suppositus numerus sit $\frac{1}{3}$ atque representari debeat numerus cuius numerator sit unitas, denominator vero sit propositus numerus: scribendo $\frac{1}{3}$, saltem æquiualeuter, habebis intentum. Aliter scriptionem Logisticam adhibendo, scribi posset $\frac{1}{3}$ per 3, vel certe 1 *sed per 3 per 8*; tres enim postremæ scriptiones, inter se æquales numeros indicant.

Pro exemplo propositæ solutionis. Primus numerus sit 12. Secundus numerus sit 3. Tertius numerus sit 20. Itaque assumptus numerus erit $\frac{1}{12}$; hic numerus ductus in 3, producit $\frac{1}{4}$; denique hoc productum ducendo in numerum 20, habetur numerus 5. qui est quartus proportionalis quæsitus. Rursus, primus numerus sit $\frac{1}{3}$. Secundus numerus sit 4. Tertius numerus sit 6. Itaque assumptus numerus erit $\frac{1}{3}$; hic numerus ductus in 4 producit $\frac{4}{3}$; denique hoc productum ducendo in numerum 6, habetur numerus 8; qui est quartus proportionalis quæsitus. Solutionem vniuersaliter veram, esse constabit ex secundo sublequenti theoremate.

Quæstio III.

Quomodo inueniri possit productum diuisionis, mediante sola multiplicatione.

Solutio. Assumatur numerus, in quo numerator sit unitas: & denominator, sit diuisor datus pro diuisione; quomodo hoc commo-

Quæstiones Arithmeticae. III

commode fieri possit, quando diuisor datus est fractus numerus, dicitur in nota præcedentis quæstionis. Deinde assumptus numerus ducatur in numerum diuidendum. Sic enim habebitur productum ex proposita diuisione.

Exempli gratia, numerus 12 diuidendus sit per numerum 4, Assumptus numerus erit $\frac{1}{4}$; hunc numerum ducendo in numerum 12, habetur numerus 3, qui idem numerus producitur, quando 12 diuiditur per 4. Rursus numerus 12 diuidendus sit per numerum $\frac{1}{3}$, Assumptus numerus erit $\frac{1}{3}$, hunc numerum ducendo in numerum 12, habetur numerus 20; qui idem numerus habetur quando 12 diuiditur per $\frac{1}{3}$. Solutionem vniuersaliter veram esse, constabit ex subsequenti tertio theoremate.

Quæstio IV.

Quomodo inueniri possit productum multiplicationis, mediante sola diuisione.

Solutio. Assumatur numerus in quo numerator sit vnitas, denominator vero sit vnus ex duobus numeris datis pro multiplicatione; de quo agitur in nota secundæ quæstionis. Deinde alter numerus datus pro multiplicatione, diuidatur per assumptum numerum. Sic enim habebitur productum propositæ multiplicationis.

Exempli gratia, numerus 3 ducendus sit in numerum 4. Assumptus numerus erit $\frac{1}{4}$, vel certe $\frac{1}{2}$: liberum enim est quemuis ex his duobus numeris assumere. Deinde numerum 4, diuidendo per $\frac{1}{4}$, habetur 12; & similiter numerum 3, diuidendo per $\frac{1}{4}$, habetur 12; qui idem numerus 12 habetur, quando numerus 3 ducitur in numerum 4. Rursus, numerus 6 ducendus sit in $\frac{1}{3}$. Assumptus numerus erit $\frac{1}{6}$, vel certe $\frac{1}{2}$. Deinde $\frac{1}{3}$ diuidendo per $\frac{1}{6}$, habetur numerus 4; & etiam numerum 6 diuidendo per $\frac{1}{2}$, habetur numerus 4; qui idem numerus 4 habetur, quando numerus 6 ducitur in $\frac{1}{3}$. Solutionem vniuersaliter veram esse, docet subsequens quartum theorema.

Quæ-

Quæstio V.

An omnium numerorum possibilium minimus
sit vnitas.

Iuxta nostras definitiones, etiam vnitas numerus est: quo supposito, quaero vtrum impossibilis sit aliqua quantitas discreta, siue aliquis numerus, minor vnitate: atque adeo omnium numerorum minimus sit vnitas, vel certe possibilis sit aliqua quantitas discreta, siue aliquis numerus, minor vnitate: atque adeo omnium numerorum minimus non sit vnitas. Prius pro vtraque parte afferro vnum alterumue argumentum. Deinde statuo quid dicendum sit ad propositam quaestionem. Denique respondeo ad argumenta nobis contraria, atque prius allata. Singula perlegendo, intelliges, quid proposita quaestio, commune habeat cum præcedentibus quaestionibus, in quibus egimus de regula aurea, vel certe de multiplicatione atque diuisione, quas duas operationes, regulæ aureæ, veluti compendia esse, suo loco monuimus.

Omnium numerorum minimum esse vnitatem, suadere possunt subsequencia duo argumenta.

Primo. Quantitas discreta est subiectum habens terminationem; maior quantitas discreta, est subiectum habens plures terminationes: minor quantitas discreta, est subiectum habens pauciores terminationes: atqui impossibile est subiectum habens terminationes pauciores quam vnā: ergo omnium discretarum quantitarum possibilium, minor est illa, quæ habet vnicam terminationem: sed quantitas discreta habens vnicam terminationem, appellatur vnitas: ergo omnium possibilium quantitarum discretarum, minor, siue minima, est vnitas: atqui omnis numerus est quantitas discreta: ergo omnium possibilium numerorum, minor, siue minimus, est vnitas.

Secundo. Omnes numeri indicant indiuidua, vnum scilicet, vel plura: & maior numerus dicitur, qui indicat plura indiuidua: minor numerus dicitur, qui indicat pauciora indiuidua: atqui manifestum est, indicari non posse indiuidua pauciora quam vnum: ergo impossibilis est numerus, minor illo, qui indicat vnicum indiuiduum: sed numerus indicans vnicum indiuiduum, est vnitas: ergo impossibilis est numerus minor vnitate: ergo omnium possibilium numerorum, minimus, est vnitas.

Omni.

Omniū numerorum minimū non esse unitatem, luadere possunt subsequētia duo argumenta .

Primo . Vnum dimidium, est numerus minor unitate . Similiter duæ tertiæ, duæ quartæ, tres quintæ, &c. sunt numeri minores unitate : ergo dantur numeri minores unitate ; ergo omniū numerorum possibilium minimus non est unitas .

Secundo . Ex eo quod quælibet recta linea potest diuidi, in duas, tres, quatuor, & quotlibet partes, æquales inter se, quæque singulæ sint rectæ lineæ : legitimè sequitur, impossibilem esse rectam lineam, quæ omniū rectarum linearum possibilium minima sit; ergo similiter, ex eo quod quilibet numerus diuidi possit in duas, tres, quatuor, & quotlibet partes inter se æquales, quæ partes singulæ numeri sint : legitimè sequitur, impossibilem esse numerum, qui omniū possibilium numerorum minimus sit; ergo omniū possibilium numerorum minimus, non est unitas .

Ad propositam quæstionem, neque affirmatiue, neque negatiue responderi potest : sed distinctione opus est ; itaque .

Dico primo . Magnitudine desumpta ab ipso numero ; omniū numerorum possibilium minimus, est unitas .

Dico secundo . Magnitudine desumpta à valore numeri, omniū numerorum eiusdem speciei minimus est unitas : verum data quauis unitate cuiusuis speciei, dari possunt minores numeri alterius speciei .

Pro intelligentia propositarum assertionum, aduertendum est : non minus vsitatum esse apud Arithmeticos, vnum numerum altero maiorem dicere, magnitudine desumpta ab ipso numero, quam magnitudine desumpta à valore numeri : tamen istæ duæ magnitudines magnopere inter se differunt, quemadmodum inter se maxime differunt, numerus, & valor numeri . Exempli gratia, quando dicitur quod numerus 16 linearum sit maior numero 12 superficierum : agitur de magnitudine desumpta ab ipsis numeris : hoc est, à subiectis habentibus terminationem ; & sensus est, quod prior numerus indicet plura indiuidua, siue plura subiecta habentia terminationem, quam indicentur à secundo numero : neque significatur quod prioris numeri valor sit maior valore posterioris numeri . Idem contingit, quando numerus 12 binariorum, dicitur maior, numero 10 ternariorum . Vel quando numerus 12 arenularum, dicitur maior, numero 10 cumulorum compositorum ex arenulis . Has aliasque similes loquutiones communiter vsitatas esse, manifestum arbitror : & consequenter vsu receptum esse, vnum numerum altero maiorem dicere, magnitudine desumpta ab ipso numero : aliter enim

P

veræ

veræ dici non possent, in prædictis loquutionibus contentæ assertiones. Præterea, quando dicitur quod inter se æquales sint subsequentes numeri $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, &c. quodque singuli isti numeri sint maiores, quam subsequentes numeri $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, &c. agitur de magnitudine desumpta à valore: & sensus est, quod omnes priores numeri æqualem valorem habeant; quodque singuli priores numeri, habeant maiorem valorem quam posteriores. Idem accidit, quando numerus A dicitur æqualis numero B, vel maior numero C: supposito quod numerus A significet 2 Scuta, & quod numerus B significet 20 Iulios, quodque numerus C significet 14 Iulios. Has & alias similes loquutiones communi usu admissas arbitror: quandoquidem enim apud Arithmeticos admittatur, non esse possibilem subtractionem ex qua relinqueretur aliquod residuum, nisi quando minor numerus ex maiore subtrahitur: & etiam doceant ex $\frac{1}{2}$ subtrahendo $\frac{1}{2}$, relinqui aliquod residuum: atque similiter ex 2 Scutis subtrahendo 14 Iulios, relinqui aliquod residuum: constat iuxta ipsos numerum $\frac{1}{2}$ esse minorem numero $\frac{1}{2}$: & numerum 2 Scutorum esse maiorem numero 14 Iuliorum: magnitudine tamen desumpta à valore. Ex paucis quæ hic annotauimus, abundè constare arbitror, apud Arithmeticos usitatum esse, vnum numerum altero maiorem dicere: tum magnitudine desumpta ab ipso numero, tum etiam magnitudine desumpta à valore numeri; atque silentio inuoluo alia quam plurima, ex quibus idem possem inferre. Quod vnum numerum altero maiorem asserendo, vix vnquam expressè addant, de qua magnitudine loquantur: non male videtur fieri; quandoquidem ex circumstantiis satis colligatur de qua magnitudine sermo sit; sic etiam ego, in reflexione secunda, varios numeros considero, quos omnes inter se æquales affirmo, nulla addita distinctione: licet aliqui tantum æquales sint magnitudine desumpta ab ipsis numeris: alij vero tantum æquales sint magnitudine desumpta à valore. Idem alibi passim inuenies, tum in præcedenti Arithmetica, tum in nostra Logistica.

Ex hac expositione diuersarum magnitudinum, quarum vna, ab ipso numero, altera à valore numeri dependet: manifestus est sensus duarum assertionum paulo ante adductarum, pro responsione ad propositam quæstionem. Reliquum est, vt exponam quid dicendum sit ad argumenta prius allata, atque istis assertionibus nostris aduersantia; tale nihil aduerto in tribus prioribus argumentis: etenim in primo, & secundo, tantum agitur de magnitudine numeri, quæ desumitur ab ipso numero: atque stabilitur prior assertio. In tertio argumento, agitur de magnitudine quæ desumitur à valore
nume-

numeri : atque probatur secunda assertio . Postremum argumentum , nostris assertionibus aduersatur : verum nihil contra nos euincit ; proponit enim planè vitiosam paritatem , male desumptam ab identitate vocis , quæ diuersas significationes admittit ; etenim , toto vt ita dicam cælo , inter se diuersa significat , vox diuidere , quando quantitas continua , siue linea dicitur diuidi : & quando aliqua quantitas discreta , siue numerus aliquis , diuidi dicitur . Vt hæc diuersitas melius appareat , iuuabunt sequentiæ . Primo , qui continuam quantitatē diuidit , bene dicitur continuam quantitatē secare in partes : qui numerum diuidit , non bene dicitur numerum secare in partes . Secundo , quod producit ex diuisione quantitatis continuæ necessario est aliquid minus ipsa quantitate continua quæ diuiditur : quod producit ex numero qui diuiditur , non est necessario minus numero qui diuiditur , sed potest illo maius esse , vel illi æquari . Tertio , quando exempli gratia vna linea recta diuiditur in partes æquales , singulæ partes productæ ex diuisione , necessario sunt eiusdem speciei , cum linea quæ diuiditur : verum quando vnitas in partes æquales diuiditur , tunc partes productæ ex diuisione , necessario specie differunt ab vnitate quæ diuiditur . Quarto quantitatē continuam diuidere in partes , non est instituere regulam auream , siue tres quantitates datas inuenire quartam proportionalem : verum numerum diuidere , est instituere regulam auream , siue ad tres datas quantitates inuenire quartam proportionalem . Quinto impossibile est , vnā lineam diuidere per vnā , vel duas , vel tres alias lineas : non est impossibile vnā vnitatem diuidere per vnā , vel duas , vel tres alias unitates . Singula quæ hic asseruntur de diuisione quantitatis continuæ , intelligenda sunt , de illa diuisione de qua agitur in Geometria , quando demonstratur , quamlibet rectam lineam diuidi posse in quotlibet partes æquales : de hac enim diuisione agitur in proposito argumento . Caterum , etiam circa continuas quantitates institui potest multiplicatio , & diuisio , quæ circa numeros docetur in vulgari Arithmetica : vt pluribus exponitur in Logistica Idea ; immo iuxta nos quælibet quantitas , vel realiter , vel æquiuallenter potest diuidi , per quamlibet aliam quantitatē , aut in illam duci ; quod nisi verum foret , de quibuscunque quantitatibus non verificarentur subsequentiæ theorematæ ; vera enim non forent de quantitatibus circa quas non potest institui multiplicatio , aut diuisio ; placuit tamen singula proponere , atque demonstrare , de quibuscunque quantitatibus : quandoquidem non tantum pro numeris , verum etiam pro alijs quantitatibus vtilia sint : atque non difficilior probentur de quantitatibus omnibus , quam de solis numeris . Vt

singula habeantur restricta ad solos numeros , in ipsis titulis , siue in hypothesisi , pro voce *quantitates* , sufficit substituere vocem *numeri* .

Quatuor priora theorematum quæ subsequuntur , sunt illa , in quibus fundantur solutiones quatuor primarum quæstionum paulo ante propositarum . Quintum theorema , continet fundamentum problematis , quo hanc appendicem terminamus : in quo problemate simul proponuntur , varij , atque aliquantulum diuersi modi instituendi Regulam Auream , de quibus hætenus egimus in præfati opusculo .

Pro vnoquoque theoremate , requiritur notitia Logisticarum scriptionum : atque notandum est , quod quando successiua scriptio , in qua inueniuntur plura membra particula *in* vel *per* connexa , nusquam interrupta est particula *sed* : tunc scriptio indicat , tum ipsas operationes instituendas , tum etiam ordinem quo illæ operationes successiue instituendæ sunt ; quoties vero , huiusmodi successiua scriptio interrupta est particula *sed* , immediate præposita particula *in* vel *per* : significatur , illud quod præcedit particulam illam , *sed* , multiplicari , vel diuidi debere , per illud quod sequitur in eadem scriptione . Exempli gratia , scriptio *A in B per C* , significat *A* ductum in *B* , atque hoc productum diuisum per *C* : verum scriptio *A sed in B per C* , significat *A* ductum in productum ex *B* diuiso per *C* . Similiter scriptio *A per B in C* , significat *A* diuisum per *B* , atque hoc productum ductum in *C* : verum scriptio *A sed per B in C* , significat *A* diuisum per productum ex *B* ducto in *C* . Pari modo , scriptio *A per B per C* , significat *A* diuisum per *B* , atque hoc productum diuisum per *C* . Verum *A sed per B per C* , significat *A* diuisum per productum ex *B* diuiso per *C* .

Indicatas scriptiones Logisticas , adhibemus in demonstrationibus subsequentium theorematum , tum ne cogamur interpositis lineolis , litteris litteras subscribere , tum etiam ne æquiuocationi obnoxia sint , quando scripto non exhibentur , sed tantum ab alio lectæ audiuntur . Quatuor priorum theorematum assertiones , duplici diuersa scriptione proponimus , vt legi possint , expressæ ea scriptione , quæ videbitur commodior .

Vt ex assertionibus duorum priorum theorematum , commode inferantur solutiones duarum priorum quæstionum : reflectendum est ad primam assertionem quinti theorematum : in qua statuitur , quod scriptio , *B in C per A* , significet quartum terminum proportionalem , quoties primus est *A* , secundus *B* , tertius *C* . Ex quo patet eundem illum quartum proportionalem terminum , indicari , à qualibet scriptione , quæ æquiualeat scriptioni *B in C per A* ; huic scri-

scriptioni æquivalentes sex aliæ scriptiones, proponuntur in secunda parte quinti theorematis, atque singulæ indicant aliquantulum diuersum ordinem operationum, per quas ex datis tribus terminis inueniri potest quartus proportionalis. Hinc resultat problema, quo præsentem appendicem claudimus, & continet septem modos soluendi Regulam Auream, inter se aliquantulum diuersos, atque hæc ænus separatim propósitos.

Theorema I.

Qualescunque sint quantitates A, B, C.

Dico. $B \text{ in } C \text{ per } A = B \text{ sed per } A \text{ per } C \hat{=} C \text{ sed per } A \text{ per } B.$

Vel, quod idem est $\frac{B \text{ in } C}{A} = \frac{B}{A \text{ per } C} \hat{=} \frac{C}{A \text{ per } B}$

Demonstratio. Per coroll.theor.3. partis 4. Ideæ Logisticæ, $B \text{ in } C \text{ per } A \hat{=} B \text{ per } A \text{ in } C \hat{=} C \text{ per } A \text{ in } B$: sed, per axioma primum, partis 4. Ideæ Logisticæ, $B \text{ per } A \text{ in } C = C \text{ sed in } B \text{ per } A$, & etiam $C \text{ per } A \text{ in } B = B \text{ sed in } C \text{ per } A$: ergo, $B \text{ in } C \text{ per } A = C \text{ sed in } B \text{ per } A \hat{=} B \text{ sed in } C \text{ per } A$: atqui, per theorema propositum cap.7. siue pagina 57. huius opusculi, $C \text{ sed in } B \text{ per } A = C \text{ sed per } A \text{ per } B$, & insuper, $B \text{ sed in } C \text{ per } A = B \text{ sed per } A \text{ per } C$: ergo, $B \text{ in } C \text{ per } A = B \text{ sed per } A \text{ per } C \hat{=} C \text{ sed per } A \text{ per } B$. Quod erat demonstrandum.

Theorema II.

Qualescunque sint quantitates A, B, C.

Dico. $B \text{ in } C \text{ per } A = 1 \text{ per } A \text{ in } B \text{ in } C.$

Vel quod idem est, $\frac{B \text{ in } C}{A} = \frac{1}{A} \text{ in } B \text{ in } C.$

Constructio, $B \text{ in } C = D.$

Demonstratio. Per coroll. theor. 3. partis 4. Ideæ Logisticæ, $D \text{ in } 1 \text{ per } A = 1 \text{ per } A \text{ in } D$: sed, $D \text{ in } 1 \text{ per } A = D \text{ per } A$: ergo, $D \text{ per } A = 1 \text{ per } A \text{ in } D$, atqui per constructionem, $B \text{ in } C = D$; ergo etiam $B \text{ in } C \text{ per } A = 1 \text{ per } A \text{ in } B \text{ in } C$. Quod erat demonstrandum.

Theo-

Theorema III.

Qualescunque sint quantitates A & B.

Dico . $A \text{ per } B = 1 \text{ per } B \text{ in } A$.

Vel , quod idem est , dico , $\frac{A}{B} = \frac{1}{B} \text{ in } A$.

Demonstratio . Per axioma primum partis 4 . Ideæ Logisticæ , $1 \text{ per } B \text{ in } A = A \text{ sed in } 1 \text{ per } B$; sed , per theorema propositum capite 7 . siue pagina 57 . huius opusculi , $A \text{ sed in } 1 \text{ per } B = A \text{ sed per } B \text{ per } 1 = A \text{ per } B$; ergo , $A \text{ per } B = 1 \text{ per } B \text{ in } A$. Quod erat demonstrandum .

Theorema IV.

Qualescunque sint quantitates A & B .

Dico . $A \text{ in } B = A \text{ sed per } 1 \text{ per } B = B \text{ sed per } 1 \text{ per } A$.

Vel , quod idem est dico , $A \text{ in } B = \frac{A}{1 \text{ per } B} = \frac{B}{1 \text{ per } A}$.

Demonstratio . Per theorema primum hic propositum $A \text{ in } B \text{ per } 1 = A \text{ sed per } 1 \text{ per } B = B \text{ sed per } 1 \text{ per } A$: atqui , $A \text{ in } B \text{ per } 1 = A \text{ in } B$; ergo , $A \text{ in } B = A \text{ sed per } 1 \text{ per } B = B \text{ sed per } 1 \text{ per } A$. Quod erat demonstrandum .

Theorema V.

Qualescunque sint quantitates A, B, C .

Dico primo . $A \text{ ad } B = C \text{ ad } B \text{ in } C \text{ per } A$.

Dico secundo . $B \text{ in } C \text{ per } A = C \text{ in } B \text{ per } A = B \text{ per } A \text{ in } C = C \text{ per } A \text{ in } B = B \text{ sed per } A \text{ per } C = C \text{ sed per } A \text{ per } B = 1 \text{ per } A \text{ in } B \text{ in } C$.

Prima assertio , demonstrata est in theoremate 3 . partis 4 . Ideæ Logisticæ . Ex eiusdem theorematibus corollario , vel ex primo , aut secundo theoremate hic proposito , immediate patet secunda assertio . Etenim in secunda assertione contentam primam scriptionem , æquari , siue æquivalere , tribus alijs proxime subsequentibus , constat ex corollatio theorematibus 3 . partis 4 . Ideæ Logisticæ : eandem primam scri-

scriptionem æquari, siue æquiuale, quintæ & sextæ scriptioni, ostensum est in primo theoremate hic proposito; denique eandem primam scriptionem, æquari, siue æquiuale septimæ scriptioni, docetur in secundo theoremate hic proposito; atque adeo patet, omnes septem scriptiones hic propositas, æquari, siue æquiuale inter se.

Problema.

Continens septem diuersas solutiones Regula Aurea.

Dati sint quilibet tres numeri, quorum primus sit A, secundus B, tertius C.

Oporteat inuenire quartum numerum proportionalem.

In exemplo vniuscuiusque solutionis, supponitur, quod numerus A sit 12; numerus B sit 8; numerus C sit 6;

Prima solutio. Secundus numerus B, ducatur in tertium numerum C: deinde productum ex hac multiplicatione, diuidatur per primum numerum A. Exempli gratia, 8 ductum in 6 dat 48: deinde 48 diuisum per 12 dat 4: adeoque quartus proportionalis est 4.

Secunda solutio. Tertius numerus C ducatur in secundum B: deinde productum ex hac multiplicatione diuidatur per primum numerum A. Exempli gratia, 6 ductum in 8 dat 48: deinde 48 diuisum per 12, dat numerum 4; qui est quartus proportionalis.

Tertia solutio. Secundus numerus B diuidatur per primum A: deinde productum ex hac diuisione ducatur in tertium numerum C. Exempli gratia, 8 diuisum per 12 dat $\frac{2}{3}$: deinde $\frac{2}{3}$ ducendo in 6, producit numerus 4; qui est quartus proportionalis.

Quarta solutio. Tertius numerus C diuidatur per primum numerum A: deinde productum ex hac diuisione ducatur in secundum numerum B. Exempli gratia, 6 diuisum per 12 dat $\frac{1}{2}$: deinde $\frac{1}{2}$ ducendo in numerum 8, producit numerus 4; qui est quartus proportionalis.

Quinta solutio. Primus numerus A diuidatur per tertium numerum C: Deinde per productum ex hac diuisione diuidatur secundus numerus B. Exempli gratia, 12 diuisum per 6 dat 2: Deinde 8 diuidendo per 2 producit numerus 4; qui est quartus proportionalis.

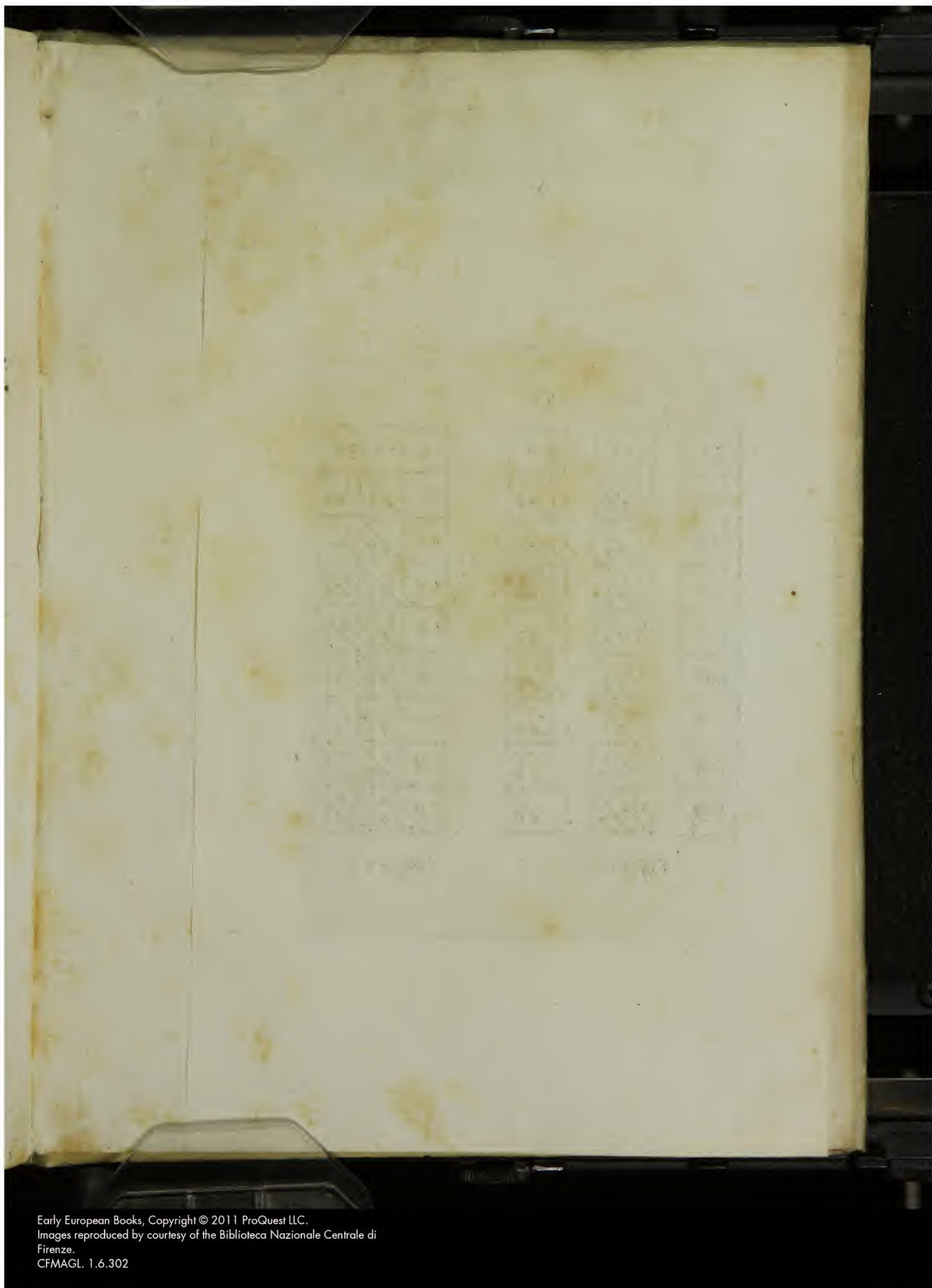
Sexta solutio. Primus numerus A diuidatur per secundum numerum B: deinde per productum ex hac diuisione diuidatur tertius

num-

numerus C. Exempli gratia 12 diuisum per 3 dat 4 ; deinde 6 diuidendo per $1\frac{1}{2}$ producitur numerus 4; qui est quartus Proportionalis.

Septima solutio, Inuertatur primus numerus A, vt eius numerator fiat denominator, & eius denominator fiat numerator, atque vocetur assumptus numerus. Deinde assumptus numerus ducatur successiue in secundum & tertium numerum. Exempli gratia inuertendo numerum 12, habetur $\frac{1}{12}$ & assumptus numerus erit $\frac{1}{12}$; hunc numerum ducendo in 6 habetur $\frac{1}{2}$; deinde $\frac{1}{2}$ ducendo in 8, producitur numerus 4; qui est quartus proportionalis. Similiter $\frac{1}{12}$ ducendo in 8, habetur numerus $\frac{2}{3}$; quem ducendo in 6 producitur numerus 4; qui est quartus proportionalis.



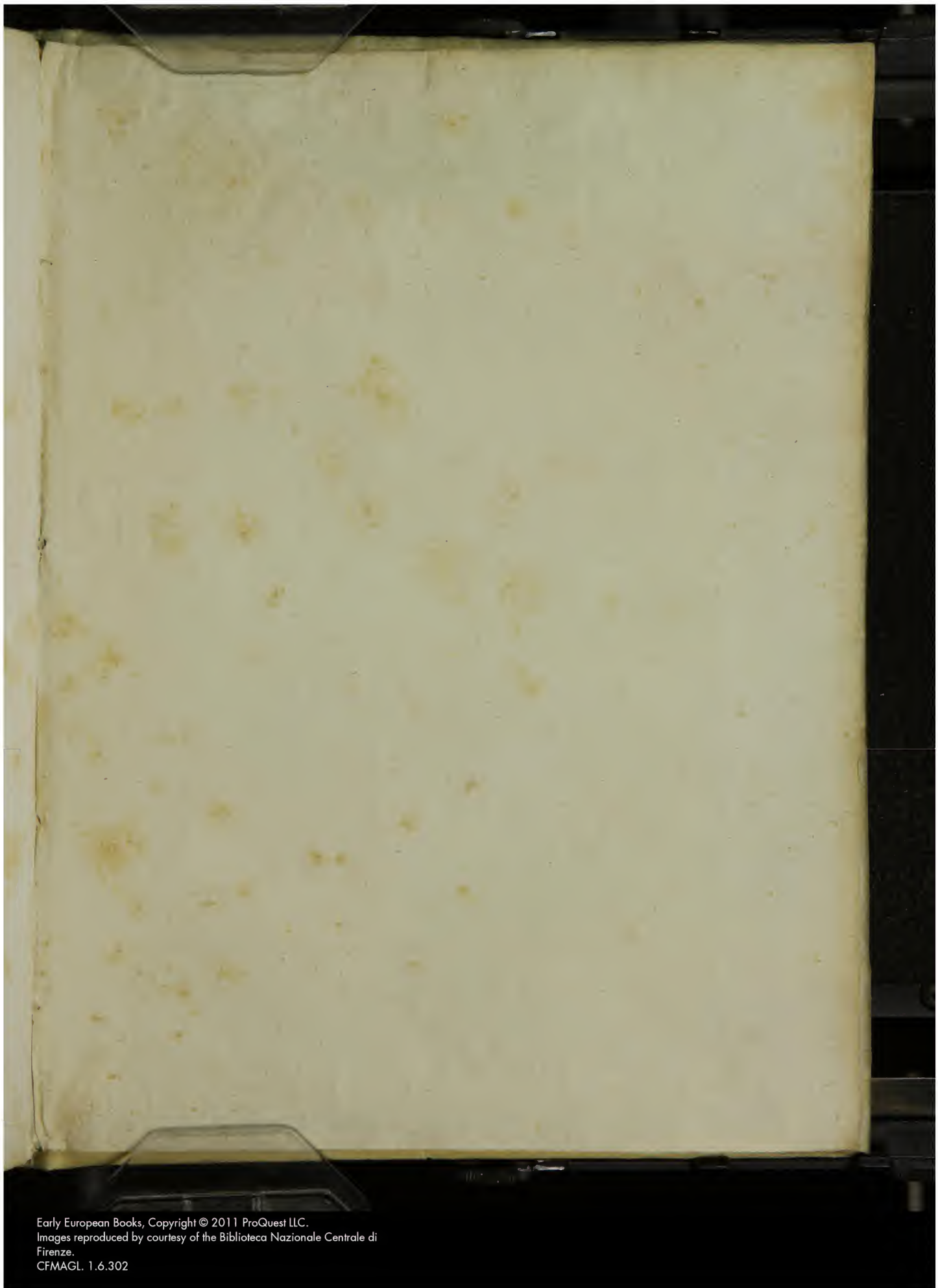


A	B	C	
1	3	0	1 3 9
2	6	0	2 6 1 8
3	9	0	3 9 2 7
4	1 2	0	4 1 2 3 6
5	1 5	0	5 1 5 4 5
6	1 8	0	6 1 8 5 4
7	2 1	0	7 2 1 6 3
8	2 4	0	8 2 4 7 2
9	2 7	0	9 2 7 8 1

Fig. 1.^a

Fig. 2.^a





005643873

